

# Análise Numérica Não Linear de Vigas em Concreto Protendido Utilizando o *Software* ANSYS Bruna Manica Lazzari<sup>1</sup>, Américo Campos Filho<sup>2</sup>, Paula Manica Lazzari<sup>3</sup> <sup>1</sup>UFRGS - PPGEC e PUCRS / bruna.ml@gmail.com <sup>2</sup>UFRGS - PPGEC / americo@ufrgs.br <sup>3</sup>UFSC / p.manica.lazzari@gmail.com

#### Resumo

O ANSYS é um software muito bem aceito tanto no meio acadêmico quanto profissional, uma vez que fornece uma variedade de elementos finitos, modelos constitutivos de materiais e análises lineares e não lineares de estruturas em geral. Para o material concreto, por exemplo, o software utiliza um modelo elastoplástico com a superfície de ruptura de Willam-Warnke (1975). No entanto, este modelo só está disponível para elementos finitos que não ofereçam a possibilidade de utilização do modelo de armadura incorporada, exigindo uma quantidade muito maior de elementos para discretizar estruturas, tornando as soluções numéricas menos eficientes. Este estudo trata, portanto, do desenvolvimento de um modelo computacional utilizando o Método dos Elementos Finitos através da plataforma ANSYS para análises não lineares de vigas de concreto protendido, com ou sem aderência, sob estados planos de tensão. A vantagem mais significativa desta implementação é a possibilidade de utilizar o modelo de armadura incorporada no elemento ANSYS com o seu elemento quadrático 2D de oito nós PLANE183 para a discretização do concreto em conjunto com o elemento REINF263 para a discretização de barras, estribos e cabos tornando a solução dos problemas mais rápida e eficiente. Para a representação das equações constitutivas do aço e do concreto, foi implementado um modelo proposto com a ajuda da ferramenta de customização UPF (User Programmable Features) do ANSYS, onde novas subrotinas escritas em FORTRAN foram anexadas ao programa principal. Os resultados numéricos foram comparados com valores experimentais disponíveis na literatura técnica para validar o modelo proposto, cujos resultados foram satisfatórios.

### **Palavras-chave**

Concreto Protendido; ANSYS; UPF; Armadura Incorporada.

#### 1. Introdução

Em virtude de sua importância dentro da engenharia estrutural, as peças de concreto armado e protendido têm sido objeto de permanente estudo. Isto se deve ao comportamento extremamente complexo do material concreto estrutural, que, uma vez submetido a solicitações, apresenta uma resposta altamente não linear. Esta não linearidade é causada, entre outros fatores, pela fissuração e diferença entre as resistências à tração e à compressão do concreto; pela plastificação do aço e do concreto; e pelos fenômenos relacionados ao tempo.

O método dos elementos finitos (MEF) já se tornou uma ferramenta consagrada e mundialmente reconhecida, por sua capacidade de analisar estruturas muito complexas, simulando facilmente diferentes disposições geométricas, tipos de carregamentos e condições de contorno. Entre os programas comerciais que utilizam como base de



processamento o MEF, é possível destacar a plataforma ANSYS. Este *software* proporciona um leque muito variado de opções para o seu usuário, como uma biblioteca diversificada de elementos finitos e modelos constitutivos. Além disso, este programa disponibiliza uma ferramenta de customização, chamada UPF (*User Programmable Features*), a qual permite que o usuário escreva as suas próprias rotinas.

Neste estudo, foi desenvolvido um modelo computacional, que emprega armadura incorporada no ANSYS, permitindo a simulação numérica de vigas de concreto protendido, sob estados planos de tensão. Através de uma formulação elastoplástica foi possível desenvolver um modelo computacional que busca o estado de deformações após a aplicação de um carregamento instantâneo, através de incrementos de carga de curta duração. A grande vantagem da implementação deste modelo foi a possibilidade da utilização de elementos de concreto com armadura passiva incorporada, de modo a reduzir a quantidade de elementos finitos para a discretização das peças e, consequentemente, reduzir o esforço computacional.

A implementação deste modelo constitutivo foi realizada através do uso da ferramenta de customização UPF do ANSYS. O novo modelo numérico foi desenvolvido com base no MEF, através da rotina USERMAT (*User Material Routine*), presente no sistema de customização do ANSYS, utilizando a linguagem de programação FORTRAN. A fim de validar as sub-rotinas implementadas através da interface com o programa principal, foram testadas vigas de concreto protendido, com e sem aderência, ensaiadas por Gongchen e Xuekang (1988).

# 2. Modelos constitutivos dos materiais

Devido ao fato do comportamento do concreto ser extremamente complexo, a montagem de equações constitutivas, considerando todas as características do material, não é uma tarefa simples. Para a situação em que se tem a ação de cargas instantâneas, interessando apenas o efeito imediato, é utilizado um modelo elastoplástico, até que seja atingida a superfície de ruptura do material.

Como a principal característica do comportamento do concreto é ser um material que possui baixa resistência à tração, em comparação a sua resistência à compressão, foram utilizados, dois modelos distintos para descrever o seu comportamento. Para o concreto comprimido foi empregado um modelo elastoplástico com endurecimento e, para o concreto tracionado, foi utilizado um comportamento elástico linear até a ruptura, a partir da qual foi considerada a contribuição do concreto entre fissuras na rigidez total da estrutura. Desta forma, utilizou-se para o concreto o critério de ruptura proposto por Ottosen (1977), sugerido pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012); e para o concreto tração (*tension stiffening*). O modelo de fissuras distribuídas, com um enrijecimento à tração (*tension stiffening*). O modelo de fissuração adotado é baseado na formulação apresentada por Hinton (1988).

Em relação às armaduras, considera-se que as barras de aço resistam apenas a esforços axiais, apresentando o mesmo comportamento em tração e compressão. A representação se dá por um diagrama tensão-deformação bilinear. Para aços com patamar de escoamento bem definido, adotou-se o modelo elastoplástico perfeito. Para os aços encruados a frio, utilizou-se um comportamento elastoplástico com endurecimento linear a partir de 85% da tensão de escoamento, fy.

Para as armaduras ativas, o comportamento foi considerado semelhante aos aços encruados a frio, sendo elástico linear até atingir 90% do valor da tensão de ruptura.



# 3. Modelagem computacional

Para a criação do modelo numérico deste trabalho, foi utilizado o programa ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*). Os elementos de concreto foram modelados com o PLANE183, o qual é um elemento plano de ordem superior, quadrático, bidimensional, de 8 nós, possuindo dois graus de liberdade por nó, correspondentes às translações na direção dos eixos X e Y. Este elemento foi escolhido por possuir compatibilidade com o elemento REINF263, o qual foi utilizado para representar as barras de armadura ao longo das peças de concreto estrutural, de forma incorporada.

Na modelagem da armadura ativa, foi utilizado, o elemento LINK180, que é um elemento unidimensional com três graus de liberdade em cada nó (translação segundo X, Y e Z). Vale ressaltar que a utilização deste elemento implica em uma limitação da malha de elementos finitos de concreto, em função da distribuição da armadura.

Além de uma grande variedade de elementos finitos, o ANSYS disponibiliza também alguns modelos constitutivos para a representação do comportamento de cada material. Para o concreto, por exemplo, o programa utiliza um modelo elastoplástico com a superfície de ruptura de Willam e Warnke (1975). Entretanto, este modelo só é disponibilizado para o elemento SOLID65, o qual não permite o uso de armadura incorporada, além de ser extremamente difícil de controlar a convergência.

Com o objetivo de adotar a armadura incorporada, utilizando os elementos REINF263 e PLANE183 em conjunto, empregou-se a ferramenta de customização UPF do ANSYS. Assim, foi possível a implementação numérica de um novo material elastoplástico com fissuração para o concreto, baseado no critério de ruptura de Ottosen (1977), recomendado pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012). Este novo modelo para o concreto foi implementado através da rotina USERMAT (*User Material Routine*), presente no sistema de customização, utilizando a linguagem de programação FORTRAN.

Neste estudo, utilizam-se dois modelos constitutivos diferentes para o aço. Nas armaduras passivas foi utilizado o modelo BISO (*Bilinear Isotropic Hardening*), disponível na biblioteca interna do ANSYS; e nas armaduras protendidas foi utilizado o modelo criado a partir do sistema UPF.

### 4. Análise de vigas em concreto protendido

Para verificar a eficiência deste modelo nas análises não lineares de estruturas em concreto, o estudo de um conjunto de vigas bi-apoiadas de concreto armado e protendido, submetidas à pré-tração com aderência inicial e pós-tração sem aderência, ensaiadas por Gongchen e Xuekang (1988) é apresentado a seguir.

No sistema de pré-tração com aderência inicial, considera-se a aderência perfeita entre o concreto e o aço, admitindo-se que ocorre compatibilidade de deformações entre os nós localizados ao longo da armadura e os nós dos elementos de concreto.

Para o sistema de pós-tração sem aderência, a armadura de protensão é vinculada ao concreto nos pontos intermediários, ou nos pontos de ancoragem, localizados nas extremidades da estrutura. Nas demais seções o aço pode mover-se livremente em relação ao concreto, não sendo mais verificada a hipótese da compatibilidade de deformações. Entretanto, a principal característica dos elementos com protensão não-aderente, submetidos à flexão, é que a variação do comprimento da armadura é equivalente à variação do comprimento total dos elementos de concreto, existindo, portanto, uma compatibilidade de deslocamentos em relação ao conjunto. Isto faz com que ocorra uma distribuição, praticamente uniforme de tensões ao longo do



comprimento da armadura não-aderente, função da deformação média do concreto, ao longo do perfil de protensão.

#### 4.1 Características das vigas estudadas

Para a validação do modelo computacional implementado no ANSYS, foram analisados dois conjuntos de vigas: o primeiro, denominado grupo A, correspondente às vigas referenciadas por A-1 até A-9, as quais estão submetidas à pós-tração sem aderência; e o segundo conjunto, denominado grupo D, correspondente às vigas referenciadas por D-0, D-1, D-3 e D-10, as quais estão submetidas à pré-tração com aderência inicial. A viga D-0, à exceção das demais, é uma espécie de viga testemunho, pois não possui protensão, sendo constituída apenas de armadura passiva. Em ambos os conjuntos, foi efetuado um ensaio de flexão em quatro pontos, o qual está representado pela figura 1, assim como as dimensões das vigas e disposições das armaduras.



Figura 1 – Esquema das seções longitudinal e transversal das vigas de Gongchen e Xuekang (1988) (cotas e medidas em centímetros)

De acordo com a figura 1, todas as vigas possuem a mesma armadura longitudinal passiva superior. Esta consiste de duas barras de 6,3 mm de diâmetro, localizadas a 3 cm da borda superior. As armaduras longitudinais passivas inferiores, assim como as armaduras de protensão possuem diâmetros variáveis conforme o tipo de viga ensaiada, e estão localizadas respectivamente a 3 cm e a 6 cm da borda inferior. Os estribos verticais têm 6,3 mm de diâmetro e encontram-se uniformemente espaçados de 10 cm. As características de cada viga e propriedades dos materiais estão listadas na tabela 1.

Vigas	fcm	Ар	<b>σ</b> Ρ0	As	fy	fptk	Es	Ep
	(kN/cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )
A-1	3,06	0,59	96	1,57	26,7	179	21.000	20.500
A-2	3,06	0,98	90,4	1,57	43			
A-3	3,06	1,56	82	2,36	43			
A-4	3,06	0,59	86,9	1,57	43			
A-5	3,06	0,78	81	3,08	40			
A-6	3,06	1,56	85,4	4,62	40			
A-7	3,06	0,39	88,5	3,08	40			
A-8	3,31	0,59	89,4	4,62	40			
A-9	3,31	1,56	92	8,04	39,5			
D-0	3,56	0	0	6,03	39,5	- 166	21.000	20.000
D-1	3,56	0,59	92,4	1,57	26,7			
D-3	3,56	1,56	87,9	2,36	43			
D-10	3,56	1,96	82,5	1,0	26			

Tabela 1 – Características das vigas ensaiadas (GONGCHEN; XUEKANG (1988))



Para a análise numérica, considerou-se que todos os ensaios foram realizados aos 28 dias de idade, quando também foi aplicada a força de protensão na armadura ativa. Adotou-se uma umidade relativa do ar de 80% e uma temperatura média de 20 °C; já que tais dados não foram fornecidos pelos autores do ensaio.

Para o estudo computacional destas vigas, adotou-se uma malha de vinte e quatro elementos finitos PLANE183. No interior destes elementos foram acrescentados os elementos REINF263, para representar tanto a armadura submetida a pré-tração com aderência inicial, quanto a armadura passiva dos dois conjuntos de vigas. Para representar a não aderência entre a armadura submetida a pós-tração e a matriz de concreto, para cada uma das nove vigas do grupo A, foi utilizado um único elemento LINK180, conectado apenas nas extremidades de cada peça. A figura 8 apresenta uma vista isométrica dos elementos do ANSYS utilizados em cada conjunto de vigas. Em relação às restrições, foi adicionado um apoio simples, na direção Y, ao nó inferior do elemento de extremidade da viga e apoios simples, na direção X, em todos os nós localizados no meio do vão da peça.



Figura 2 – Comparativo entre a discretização da armadura passiva e da armadura de protensão das vigas de Gongchen e Xuekang (1988)

#### 4.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica

A validação da análise numérica foi feita através de curvas do carga-deslocamento, diagramas de deformadas das estruturas e de distribuição de tensões no concreto e na armadura. Para o conjunto de vigas o peso próprio foi considerado carga de curta duração, pois os ensaios eram montados aproximadamente 28 dias após a concretagem. Os valores comparados a seguir são valores líquidos, ou seja, estão descontadas as parcelas correspondentes ao peso próprio.

Para simular o carregamento instantâneo destas vigas até a sua ruptura, foi aplicado um deslocamento vertical no ponto em que, no ensaio experimental, a carga concentrada estava localizada. Nas figuras 3 e 4 mostram-se os resultados do ensaio experimental e do modelo computacional incorporado ao ANSYS, apresentando a evolução das flechas ao longo do carregamento para os dois conjuntos de vigas, A e D. Como pode ser visto, os resultados dos diagramas carga-deslocamento apresentam boa correlação entre as curvas apresentadas, possuindo também uma carga de ruptura semelhante à encontrada nos ensaios experimentais.



Figura 3 – Comparação entre as flechas obtidas no ensaio experimental e pelo modelo computacional, para as vigas do grupo A



computacional, para as vigas do grupo D

A figura 5 apresenta as deformadas de duas vigas, A-3 e D-3, representativas dos dois conjuntos de vigas analisados, no início da aplicação do carregamento, quando as estruturas estão submetidas apenas à força da armadura de protensão e ao peso próprio; e no final da aplicação da carga, quando ocorre a ruptura. Com base nestas deformadas é possível concluir que as vigas apresentam uma flecha negativa no início da aplicação do carregamento, a qual vai se tornando positiva a medida que o efeito da protensão é aplicado na peça. É interessante observar também que, para o caso de pós-tração sem aderência (viga A-3), não existe compatibilidade de deformações, conforme a hipótese feita inicialmente, e que, exceto nas regiões de ancoragem, o deslocamento do elemento de armadura é independente do deslocamento dos elementos de concreto. Da mesma forma, analisando a deformada da peça com protensão aderente (viga D-3), nota-se que existe compatibilidade de deformações entre os elementos de aço e de concreto, uma vez que os deslocamentos do cabo de protensão acompanham os deslocamentos dos elementos de concreto.



Figura 5 – Comparação entre as flechas e cargas de ruptura obtidas pelo modelo computacional, para as vigas representativas dos grupos A e D de Gongchen e Xuekang (1988)



Como pode ser visto nas figuras 3, 4 e 5, a viga com protensão sem aderência (viga A-3), rompe para uma carga menor do que a viga com protensão com aderência (viga D-3), apresentando também uma flecha menos pronunciada. Este efeito ocorre porque a aderência possui grande influência no comportamento à fissuração do concreto; alterando também a resistência última das vigas protendidas. Em vigas com cabos nãoaderentes, a tendência é a formação de um pequeno número de fissuras com grande abertura. Já em peças com cabos aderentes, os quais possuem um comportamento semelhante ao da armadura convencional, há a formação de um grande número de fissuras de pequena abertura. Desta forma, aumentando-se o carregamento transversal os cabos sofrem grandes alongamentos nas seções com fissuras abertas, e, em decorrência disso, a tensão no aço aumenta consideravelmente nesses pontos, contribuindo eficientemente para o momento resistente. No caso dos cabos não aderentes, como o alongamento decorrente da abertura de fissuras localizadas se dilui ao longo do comprimento do cabo, os acréscimos de tensão são moderados e consequentemente a contribuição para o momento resistente da seção é menor.

Na figura 6 são apresentados, para o instante de ruptura, os diagramas de distribuição de tensões ( $\sigma_x$ ) nos elementos de concreto, e os diagramas das tensões axiais para a armadura passiva e estribos das duas vigas, A-3 e D-3, segundo os resultados obtidos pelo modelo computacional. Para as duas vigas, A-3 e D-3, é possível observar, a armadura inferior passiva já em escoamento e elevadas tensões de compressão no concreto, estando os estribos pouco tracionados. Também é possível observar a posição elevada da linha neutra no diagrama de tensões no concreto em ambos os modelos.



Figura 6 – Comparação entre as tensões σx dos elementos de concreto, e tensões axiais na armadura passiva e estribos das vigas A-3 e D-3, para as vigas de Gongchen e Xuekang (1988)



A figura 7 mostra a evolução da variação das tensões na armadura protendida da viga A-3, ao longo do desenvolvimento dos deslocamentos verticais, ou das flechas, segundo resultados obtidos pelo modelo computacional. É importante ressaltar que a tensão axial obtida pelo modelo computacional ao longo da armadura protendida, para o caso da pós-tração sem aderência, é uniforme em todo o comprimento do cabo para cada incremento de deslocamento. Pode-se observar que os valores previstos pelo modelo estão sistematicamente um pouco acima dos valores determinados experimentalmente, embora isto não tenha afetado de forma significativa o comportamento global das vigas. Acredita-se que esta diferença seja devido a não consideração de protensão por atrito entre os cabos e a bainha.



Figura 7 – Variação das tensões na armadura ativa, obtida no ensaio experimental e no modelo computacional, para a viga A-3 de Gongchen e Xuekang (1988)

A figura 8 apresenta o diagrama das tensões para a armadura protendida da viga D-3, no instante da ruptura, segundo resultados obtidos pelo modelo computacional. Vale desatacar que, ao contrário do que ocorre na viga A-3, a tensão axial obtida pelo modelo computacional ao longo da armadura protendida, para o caso da pré-tração com aderência inicial, varia em todo o comprimento do cabo para cada incremento de deslocamento.



### 5. Conclusões

O presente estudo teve como objetivo apresentar um modelo elastoplástico, baseado no método dos elementos finitos, para análise numérica de peças em concreto protendido, sob estados planos de tensão. Este modelo foi desenvolvido em linguagem FORTRAN e adicionado ao programa ANSYS através da sua ferramenta de customização UPF, utilizando a rotina USERMAT. Tal modelo foi desenvolvido conforme o Código Modelo *fib* 2010 (2012).

Desta forma, foi possível gerar, no *software* ANSYS, um modelo computacional que utiliza elementos de armadura incorporados aos elementos de concreto, o que diminuiu significativamente o esforço computacional e tornou a análise extremamente versátil. O



*software* ANSYS mostrou-se muito eficiente para a implementação deste modelo, além de proporcionar uma ampla biblioteca de elementos finitos disponíveis internamente e ferramentas gráficas interessantes para a visualização dos resultados obtidos.

A fim de validar as sub-rotinas adicionadas ao programa principal, foram analisadas as vigas em concreto protendido, submetidas à pré-tração ou pós-tração sem aderência, para as vigas ensaiadas por Gongchen e Xuekang (1988). Foram observadas as tensões no concreto e nas barras de armadura, as deformadas da estrutura, os diagramas de carga-deslocamento nos centros dos vãos das vigas, as cargas de ruptura, e os diagramas de deslocamento-tensão nas armaduras protendidas. Conforme o relatório apresentado no presente trabalho, a comparação entre as análises numéricas e experimentais mostraram resultados bastante satisfatórios. A análise completa dos resultados está apresentada integralmente em Lazzari (2015).

Com os bons resultados obtidos através deste modelo, verifica-se a possibilidade de se simular computacionalmente o funcionamento real de diferentes peças de concreto estrutural. Assim, pode-se concluir que a ferramenta UPF, disponibilizada pelo ANSYS, permite uma análise do comportamento destas estruturas em um tempo reduzido e de forma precisa, otimizando o aproveitamento dos materiais.

# Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico o apoio para realização deste estudo.

### 6. Referências

ANSYS, Inc. Theory reference (Version 14.5), 2015.

- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib* Model Code 2010. Bulletin No 65/66, 2012.
- GONGCHEN, D.; XUEKANG, T. Contrainte ultime dans câbles non-adhérents de poutres en béton a précontrainte partielle. Annales de L'Institut Tecnhique du Batiment et des Tavaux Publics, 462, 75-88, 1988.
- HINTON, E. Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells. Pineridge Press Limited, Swansea, Wales, UK, 1988.
- LAZZARI, B.M. Análise por Elementos Finitos de Peças de Concreto Armado e Protendido sob Estados Planos de Tensão. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Programa de PósGraduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre, Brasil, 2015.
- OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. Journal of Engineerign Mechanics Division, ASCE, v. 103, n.4, p.527-535, 1977.
- WILLAM, K.J.; WARNKE, E.P. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. International Association of Bridge Structures, Proceeding, v. 19, p. 1-30, 1975.