

Ferramenta Computacional Para Análise Dos Efeitos Dinâmicos Introduzidos Por Atividades Humanas Em Lajes Nervuradas Unidirecionais De Concreto

Mario Esmeraldo dos Santos¹, Prof. D.-Ing. Eduardo Cesar Cordeiro Leite²

¹ Universidade de Fortaleza / Escola de Tecnologia / mario_esmeraldo@yahoo.com.br

² Universidade de Fortaleza / Escola de Tecnologia / Professor / eduardo.leite@unifor.br

Resumo

A busca por leveza, física e visual, tornou-se uma obrigação substancial para os engenheiros estruturais, tanto por questões econômicas como por requisitos da arquitetura contemporânea. As lajes nervuradas unidirecionais de concreto, especialmente as protendidas, vêm ao encontro dessa necessidade, pois unem baixo consumo de concreto e esbeltez. Entretanto, sabe-se que a esbeltez, somada ao caráter unidirecional, aumenta, significativamente, a probabilidade do aparecimento de vibrações desagradáveis aos usuários, de maneira que, em alguns casos, as verificações dinâmicas passam a ser determinantes no dimensionamento desses elementos. Baseando-se em tais considerações, foi desenvolvido pelos autores, em *Visual C#*, uma ferramenta computacional denominada *DINÂMICO*. Ela possui uma interface bastante amigável e possibilita uma rápida e eficiente análise da resposta dinâmica de seções de lajes unidirecionais de concreto por três métodos distintos.

Palavras-chave

Dinâmica; Vibrações; Lajes nervuradas unidirecionais de concreto; Software.

Introdução

Os requisitos arquitetônicos contemporâneos e a evolução dos materiais e dos sistemas modularizados de fôrmas fomentaram a disseminação da utilização das lajes unidirecionais de concreto armado ou protendido. Entretanto, o caráter unidirecional, combinado com a adoção de seções esbeltas, pode favorecer o aparecimento de vibrações desagradáveis aos usuários.

A ABNT NBR 6118:2014, no item “Estado-limite de vibrações excessivas”, recomenda afastar o máximo possível a frequência natural da estrutura da frequência crítica da carga solicitante. Deixando em aberto a possibilidade de que, quando essa prescrição não puder ser atendida, pode ser feita uma análise dinâmica mais acurada, conforme estabelecido em Normas Internacionais, enquanto não existir Norma Brasileira específica.

Desse enquadramento, foi desenvolvido pelos autores, em linguagem de programação *Visual C#*, o software para *Microsoft Windows* denominado *DINÂMICO*, cuja saída de dados permite ao usuário obter conclusões com base no método proposto pela ABNT NBR 6118:2014, definido por Bachmann et al. (1995) como sintonização da estrutura, e em outros dois métodos fundamentados na verificação da aceitabilidade sensorial dos picos de aceleração gerados por atividades humanas (andar, correr, dançar, etc.).

Vibrações nas estruturas, conceitos básicos

Vibrações Livres: As propriedades físicas essenciais para análise linear de um sistema estrutural sujeito a uma carga dinâmica são: massa, rigidez e amortecimento. Num modelo de um grau de liberdade, cada uma dessas propriedades é assumida como sendo concentrada num único elemento físico. Um exemplo clássico pode ser visto na Fig.1a, nela, a massa m está incluída no bloco rígido que pode executar apenas movimentos

horizontais. Assim, a coordenada $v(t)$ define completamente a sua posição. A resistência elástica ao deslocamento é garantida pela rigidez da mola k , enquanto o mecanismo de dissipação de energia é representado pelo amortecedor c . O carregamento que produz a resposta dinâmica desse sistema ao longo do tempo é a força $p(t)$ (CLOUGH et al., 1993).

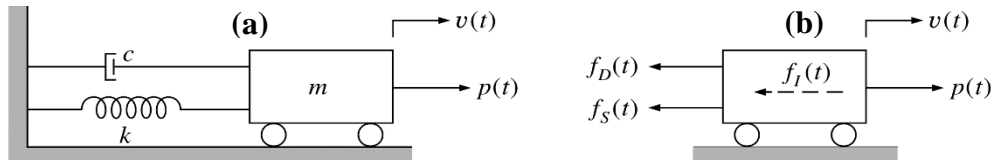


Figura 1 – Sistema dinâmico de um grau de liberdade.

A equação do movimento para o sistema anteriormente descrito pode ser formulada diretamente a partir do equilíbrio de forças pelo princípio de d'Alembert (Fig.1b):

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (1)$$

Como pode ser visto abaixo, cada uma das forças representadas do lado esquerdo dessa equação é função do deslocamento $v(t)$ ou de uma de suas derivadas.

A força inercial, pela segunda lei de Newton, é um produto da massa pela aceleração:

$$f_I(t) = m \ddot{v}(t) \quad (2)$$

Já a de amortecimento é um produto da constante de amortecimento pela velocidade:

$$f_D(t) = c \dot{v}(t) \quad (3)$$

Por fim, a força elástica é um produto da rigidez da mola pelo deslocamento:

$$f_S(t) = k v(t) \quad (4)$$

Substituindo as Equações (2), (3) e (4) na (1), chegamos à equação clássica da dinâmica:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad (5)$$

Adotando agora $p(t) = 0$, passamos a ter um sistema com vibração livre amortecida:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + kv(t) = 0 \quad (6)$$

Supondo $c = 0$, a frequência natural circular não-amortecida ω pode ser definida como:

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (\text{rad/s}) \quad (7)$$

Para converter a frequência natural circular em cíclica, basta dividi-la por 2π :

$$f = \omega/2\pi \quad (\text{Hz}) \quad (8)$$

O inverso da Eq. (8) é definido como período de vibração livre e é expresso em segundos:

$$T = 1/f = 2\pi/\omega \quad (\text{s}) \quad (9)$$

Em resumo, podemos dizer que a frequência representa o número de vezes que a estrutura repetirá o movimento em cada segundo. Já o período é o tempo entre essas repetições.

Considerando agora $c > 0$, passa-se a ter no problema a grandeza adimensional denominada “taxa de amortecimento” ξ :

$$\xi = c/2m\omega \quad \therefore \quad c = 2m\xi\omega \quad (10)$$

Dividindo os membros da Eq. (5) pela massa m e substituindo nela as equações (7) e (10):

$$\ddot{v}(t) + 2\xi\omega \dot{v}(t) + \omega^2 v(t) = 0 \quad (11)$$

A resolução da EDO conduz à equação da amplitude do movimento ao longo do tempo:

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\omega_D t + \theta) \quad (12)$$

Com frequência amortecida de vibração ω_D dada por:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (\text{rad/s}) \quad (13)$$

Já o ρ e o θ correspondem, respectivamente, à amplitude máxima de vibração e ao ângulo fase no instante $t = 0$:

$$\rho = \sqrt{v(0)^2 + \left(\frac{v(0) + \dot{v}(0)\xi\omega}{\omega_D} \right)^2} \quad (14)$$

$$\theta = -\tan^{-1} \left(\frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D v(0)} \right) \quad (15)$$

A Figura 2 mostra a representação gráfica desse conjunto de equações. Nela, percebe-se que a amplitude diminui rapidamente devido à exponencial negativa que multiplica ρ , já sua frequência é pouca afetada, pois, na dinâmica das estruturas, como pode ser visto na Tab. (1), os sistemas apresentam amortecimentos subcríticos. Sendo assim: $\omega_D \approx \omega$.

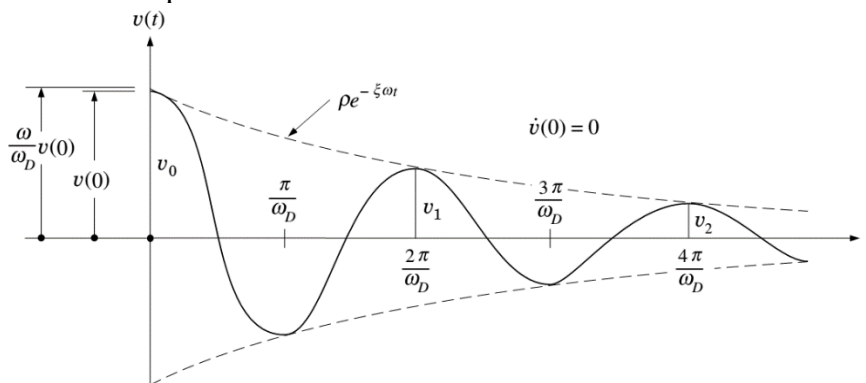


Figura 2 – Resposta para vibração livre de um sistema de um grau de liberdade com amortecimento subcrítico.

Tabela 1 – Valores recomendados para taxa de amortecimento por ocupação.

Ocupação	Taxa de Amortecimento (ξ)
Pavimentos de concreto "nus"	0,02
Mobília e poucas divisórias	0,03
Mobília e muitas divisórias	0,05
Shoppings	0,02

Vibrações forçadas: Quando a carga variável em função do tempo $p(t)$ é diferente de zero, diz-se que o sistema está sujeito a um carregamento dinâmico ou vibração forçada. Bachmann et al. (1995) classificam essas excitações em quatro categorias: (a) Harmônicas - Ex.: O balanço de máquinas rotativas; (b) Periódicas - Ex.: Atividades humanas: Andar, correr, pular, dançar, etc.; (c) Transientes - Ex.: O impacto de veículos cruzando uma ponte; (d) Aleatórias - Ex.: A ação do vento e das ondas do mar. Considerando o contexto em questão, focaremos apenas nas duas primeiras categorias.

Excitações harmônicas: Assumindo agora que o sistema da Fig. 2 está submetido a uma carga $p(t)$ que varia harmonicamente ao longo do tempo de forma senoidal com amplitude p_o e frequência angular Ω , obtém-se:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + kv(t) = p_o \text{sen}\Omega t \quad (16)$$

Posteriormente, após as devidas substituições:

$$\ddot{v}(t) + 2\xi\omega \dot{v}(t) + \omega^2 v(t) = (p_o/m)\text{sen}\Omega t \quad (17)$$

A resolução dessa equação conduz a um histórico de respostas que possui duas etapas ao longo do tempo. A primeira é denominada regime transiente e é, em geral, de pouco interesse prático. A segunda, denominada regime estacionário, é representada na forma da Eq. (18) e corresponde a uma resposta harmônica com frequência igual à do carregamento, porém fora de fase, em virtude do amortecimento.

$$v(t) = \rho \text{sen}(\Omega t - \theta) \quad (18)$$

A amplitude ρ e a fase θ são dados, respectivamente, por:

$$\rho = \frac{p_o}{k} D \quad (19)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2} \right) \quad (20)$$

Sendo, β a relação entre a frequência de excitação Ω e a frequência natural (não-amortecida) ω da estrutura:

$$\beta = \Omega/\omega \quad (21)$$

Já a constante adimensional D representa o “coeficiente de amplificação dinâmica”:

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (22)$$

A análise das equações (19), (21) e (22) nos permite perceber que, quando os valores das frequências se aproximam, caracterizando o fenômeno da ressonância, β tende a 1, fazendo com que o coeficiente de amplificação atinja seu valor máximo.

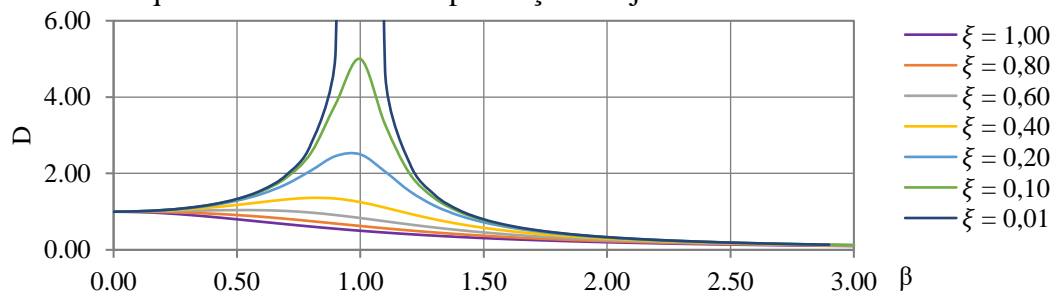


Figura 3 – Coeficiente de amplificação dinâmica x Amortecimento x β .

Excitações periódicas: Toda excitação $F(t)$ caracterizada como periódica pode ser decomposta em uma parte constante somada a diversas (ou até infinitas) componentes harmônicas independentes. Para a maioria das aplicações práticas, essa decomposição pode ser representada através da utilização das séries de Fourier na seguinte forma:

$$F(t) = F_o + \sum_{i=0}^n F_o \alpha_i \sin(i\Omega t - \theta_i) \quad (23)$$

Nessa expressão, a frequência de excitação Ω é multiplicada pelo inteiro i (1, 2, 3, ...), correspondente ao indexador das componentes harmônicas. Isso faz com que as frequências dessas referidas componentes sejam múltiplas da frequência principal. Já F_o corresponde ao valor da força dinâmica, que é multiplicado em cada uma das parcelas da equação pelo “coeficiente de Fourier” α , que decresce ao longo dos harmônicos e está relacionado com a relevância de cada uma das componentes. Por fim, temos o também variável ângulo fase θ .

Um exemplo clássico da aplicação das séries de Fourier pode ser visto na Fig. 4. Nela, uma onda periódica quadrada $p(t)$ é comparada com a soma de suas três primeiras componentes harmônicas ($f1$, $f2$ e $f3$), mostrando que a aproximação obtida já captura o formato da onda quadrada. Obviamente, à medida que se aumenta o número de harmônicos, a aproximação se torna cada vez melhor (BRASIL et al., 2013).

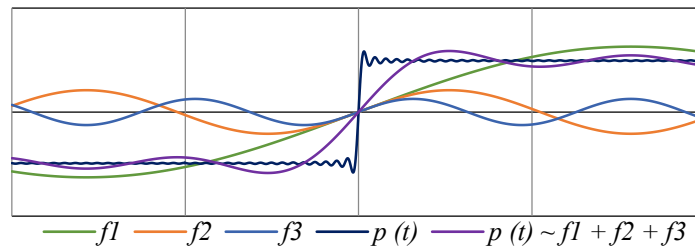


Figura 4 – Composição de uma onda quadrada utilizando as séries de Fourier.

Sistemas contínuos: As frequências naturais de vigas e lajes, elementos caracterizados como sistemas contínuos, podem ser obtidas a partir de um sistema equivalente de um grau de liberdade semelhante ao apresentado anteriormente. Para as lajes nervuradas unidirecionais, a formulação referente às vigas bi-apoiadas é suficiente para representar analogamente esse sistema estrutural.

$$\omega = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (\text{rad/s}) \quad (24)$$

Componentes da equação: E – Módulo de elasticidade dinâmico do concreto (N/m^2); I – Inércia da seção considerada (m^4); m – Massa linear do sistema (kgf/m); L – Vão (m).

Segundo Aalami (2014), a existência de continuidade entre vãos não interfere de forma significativa na frequência natural da estrutura, pois, como pode ser visto na Fig. 5, o primeiro modo de vibração de vigas contínuas assemelha-se bastante ao das simplesmente apoiadas. Ele também recomenda que nas análises de vibrações sejam adotados incrementos da ordem de 20 a 25% sobre o módulo de elasticidade estático.

Vale aqui destacar que a protensão, indispensável para a viabilização de seções mais esbeltas, não influencia no comportamento dinâmico da estrutura (CLOUGH et al., 1993).

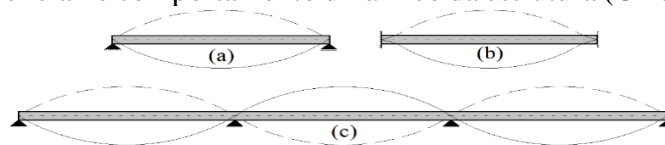


Figura 5 – Primeiro modo de vibração de vigas: (a) simplesmente apoiadas, (b) engastadas e (c) contínuas.

A consideração da deslocabilidade dos apoios das referidas lajes pode ser feita com base na aproximação de Dunkerley, em que as frequências naturais da laje ($f1$) e do apoio ($f2$) são associadas como molas em série para se obter a frequência natural do conjunto (f).

$$f = (f1^{-2} + f2^{-2})^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{Hz}) \quad (25)$$

Efeitos dinâmicos gerados por atividades humanas

Considerando a natureza periódica desses carregamentos e, com isso, o fato de poderem ser decompostos em séries harmônicas, deduz-se que estruturas com frequências fundamentais próximas das frequências das atividades humanas podem entrar em ressonância e, conseqüentemente, ficarem sujeitas às amplificações dinâmicas.

Bachmann et al. (1995) propõem uma tabela que correlaciona diversos tipos de atividades humanas com suas frequências básicas, coeficientes de Fourier e ângulos fase correspondentes aos três primeiros harmônicos de cada uma delas. Além disso, sugere a ocupação (pessoas/m²) a ser considerada na análise. De posse dessas informações, é possível compor a função periódica, através da utilização da Eq. (23).

Tabela 2 – Valores dos coeficientes de Fourier e atraso de fase por atividade.

Nome	Faixa de Frequência (Hz)		Coeficiente de Fourier e atraso de fase					Pessoas/m ²
			α_1	α_2	ϕ_2	α_3	ϕ_3	
Andar	Vertical	2.0	0.4	0.1	p/2	0.1	p/2	≈ 1
Correr		2.0 a 3.0	1.6	0.7		0.2		-
Dançar		2.0 a 3.0	0.5	0.15		0.1		≈ 4 (casos extremos: ≈ ≤ 6)

Apesar das proposições da Tab. (2), um dos problemas mais complexos envolvidos nesse tópico é a estimativa da medida real na qual os seres humanos podem sincronizar movimentos. Estima-se que a superposição de excitações involuntárias devidas a “n” indivíduos é proporcional à raiz quadrada de “n” e não à “n” (STOLOVAS, 2009).

Métodos para verificação do conforto dinâmico

A ferramenta computacional em questão possibilita a verificação do conforto dinâmico, por três métodos distintos. O primeiro deles, “sintonização da estrutura”, propõe valores para limitação da frequência natural estrutural em função da atividade a que a mesma será submetida. Já os demais, se fundamentam na verificação do atendimento dos limites pré-estabelecidos para os picos de aceleração dinâmica pela ISO 2631-2. Esses limites variam em função da atividade analisada e aumentam junto com a probabilidade da ocorrência de sincronização de movimentos humanos.

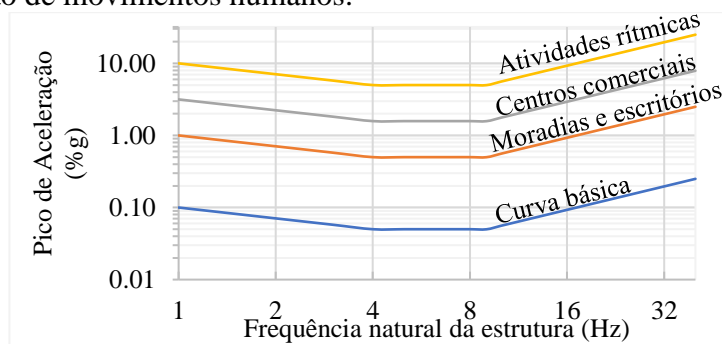


Figura 6 – Limites de aceleração pico em %g deduzidos a partir da ISO 2631-2.

Sintonização da estrutura: A ABNT NBR 6118:2014 propõe o método da sintonização da estrutura como opção básica para se evitar problemas relacionados à vibração. Ele consiste, basicamente, em afastar o máximo possível a frequência natural da estrutura das frequências dos harmônicos superiores da atividade humana analisada (Tab. 3). Para isso, a seguinte condição deve ser satisfeita: $f \geq 1,2 f_{crit}$.

Tabela 3 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais.

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Verificação dos picos de aceleração vinculados à análise de Fourier: Esse método, sugerido em Bachmann et al. (1995) e em outros trabalhos consagrados, engloba todos os conceitos já apresentados, pois vincula a frequência natural da estrutura f com o coeficiente de Fourier α do harmônico considerado na análise e a amplificação dinâmica D obtida com a Eq. (22). Tudo isso é multiplicado pela deformação equivalente estática causada pela carga dinâmica, resultando no pico de aceleração a ser considerado.

$$\frac{a}{g} = \frac{4 \pi^2 f^2 y \alpha D}{g} \quad (\%) \quad (26)$$

Componentes da equação: f – Frequência natural da estrutura (Hz); y – Deformação estática equivalente ao carregamento dinâmico (m); a – Coeficiente de Fourier do harmônico considerado na análise; D – “Coeficiente de amplificação dinâmica”; g – Aceleração gravitacional (m/s^2).

Para obtenção de respostas de maior relevância estrutural, é recomendável a consideração da ocorrência de ressonância na análise, ou seja, $\Omega \approx f$. Com isso, como se pode deduzir a partir das equações (22) e (26), a resposta dinâmica dependerá, significativamente, do grau de amortecimento ξ da estrutura e da intensidade do carregamento.

De posse da frequência natural da estrutura e do resultado obtido a partir da Eq. (26), a verificação do conforto dinâmico pode ser feita com o auxílio do gráfico da Fig. 6.

Verificação dos picos de aceleração por Aalami (2014): Aalami (2014) sugere que, mesmo para pavimentos de concreto, a obtenção dos picos de aceleração seja feita com base na recomendação do AISC/CISC (1997), que também relaciona frequência natural, força de excitação e amortecimento, mas de forma diferente da apresentada na Eq. (26).

$$\frac{a}{g} = \frac{P_o e^{-0,35 f}}{\xi W} \quad (\%) \quad (27)$$

Componentes da equação: P_o – Carga dinâmica (kN); f – Frequência natural da estrutura (Hz); ξ - Taxa de amortecimento conforme Tab. 1; W – Peso próprio total do trecho analisado somado à carga do revestimento (kN).

As cargas dinâmicas P_o a serem adotadas são definidas pela Tab. 4, excetuando-se a referente à atividade “andar”, que é obtida a partir da Eq. (28), em que Ω corresponde à frequência de excitação.

$$P_o = 0,50\Omega - 0,45 \quad (kN) \quad (28)$$

Tabela 4 – Valores de carga dinâmica por tipo de atividade.

Atividade	f (Hz)	Carga (kN/m ²)	Fator Dinâmico	C. Dinâm. (kN/m ²)
Dançar	1.5 a 3.0	0,531	0,50	0,266
Conc. animados Ev. esportivos	1.5 a 3.0	1,440	0,25	0,359
Aeróbica	2.0 a 4.0	0,172	1,50	0,258

Obs.: Peso médio por pessoa: 80 kgf

Ferramenta computacional: DINÂMICO (Versão 1.1)

Descrição geral: A ferramenta computacional denominada *DINÂMICO (Versão 1.1)* foi desenvolvida pelos autores no *Microsoft Visual Studio 2017*, em linguagem de programação *C# (CSharp)*. Seu algoritmo é composto por, aproximadamente, 2500 linhas

de código, as quais são subdivididas em classes com escopos bem definidos, seguindo o conceito básico de programação orientada a objetos.

Validação dos resultados: A validação dos resultados referentes ao cálculo da frequência natural da estrutura foi feita através de uma criteriosa comparação com os obtidos a partir do *CAD-TQS V17* e do *ADAPT Floor Pro 2016*. Nela, as diferenças encontradas no cálculo da frequência natural de pavimentos com dimensões usuais foram da ordem de 5 a 9%, sendo assim consideradas como aceitáveis.

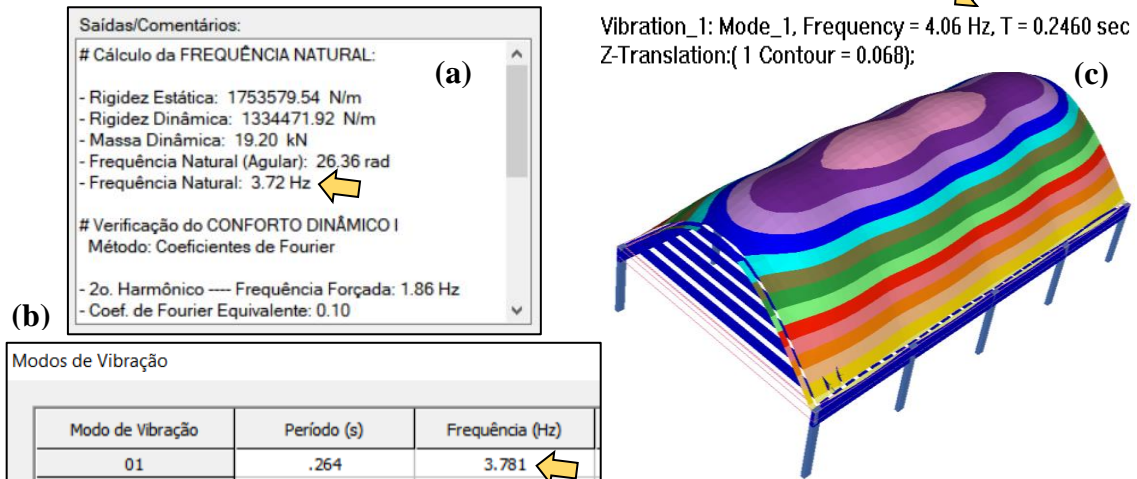


Figura 7 – Comparativo entre saídas de dados do (a) *DINÂMICO*, (b) *CAD-TQS V17* e (c) *ADAPT Floor Pro 2016*.

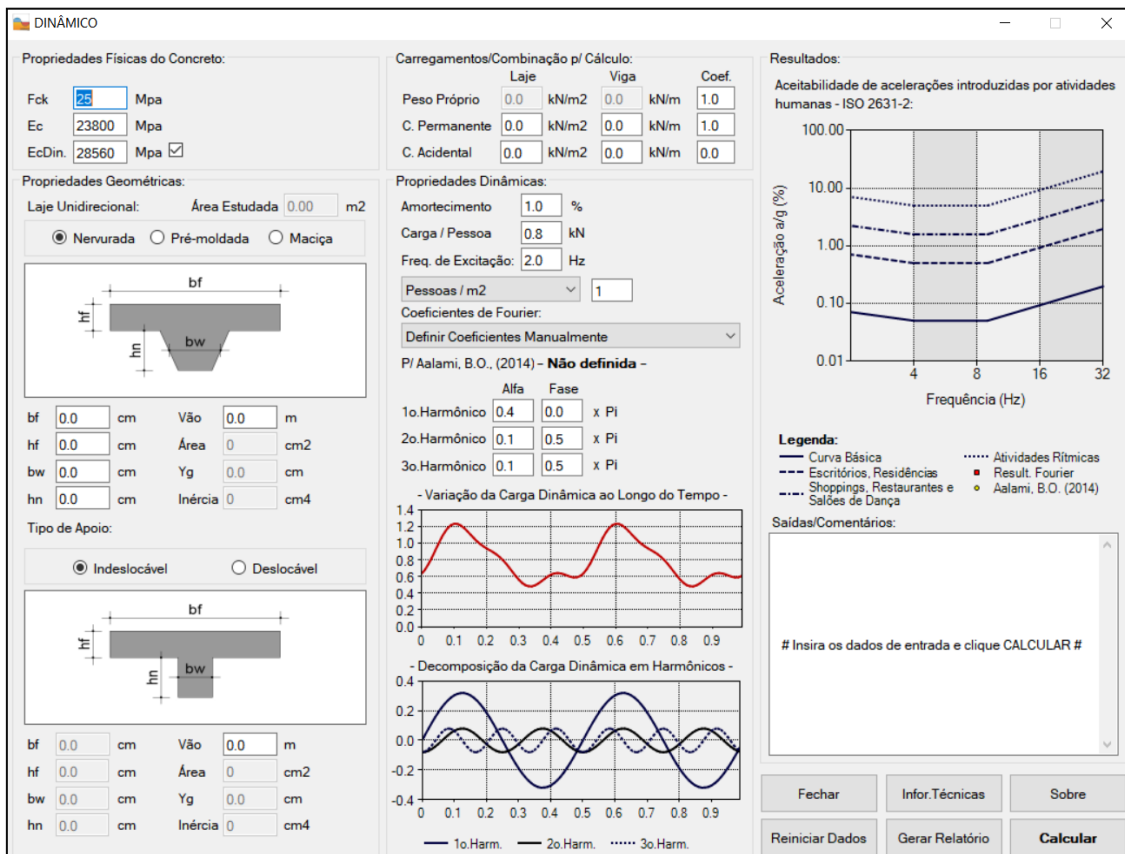


Figura 8 – Interface do *DINÂMICO* (Versão 1.1).

Interface gráfica: A interface do programa é bastante intuitiva (Fig. 8). Ela é dividida em três colunas principais: A da esquerda refere-se às propriedades físicas e geométricas da estrutura; a central recebe os dados dos carregamentos, propriedades dinâmicas, coeficientes de Fourier e, por fim, apresenta a plotagem do gráfico da função periódica da carga dinâmica ao longo do tempo seguido de sua respectiva decomposição harmônica; a da direita contém o gráfico para verificação dos picos de aceleração e a caixa de texto com os resultados e comentários. Na parte inferior direita da tela, ainda são encontrados os botões necessários para operação, inclusive o denominado “Informações Técnicas” que possibilita ao usuário visualizar tabelas que poderão auxiliá-lo no preenchimento das propriedades dinâmicas da estrutura.

No que se refere aos carregamentos periódicos, o programa os decompõe graficamente nas três primeiras e, conseqüentemente, mais relevantes componentes harmônicas. No total, existem 16 tipos de atividades humanas pré-configuradas, além da opção de definição manual dos coeficientes de Fourier. Para garantia da análise comparativa entre os dois métodos que se baseiam na análise dos picos de aceleração, cada uma dessas atividades foi correlacionada por grau de similaridade.

As verificações do conforto dinâmico podem ser feitas pelos três métodos apresentados, sendo que os picos de aceleração calculados pelos dois últimos são plotados diretamente sobre o gráfico da ISO 2631-2 localizado à direita da tela. Todos os outros dados de saída poderão ser salvos em formato de relatório (extensão do arquivo gerado: “.TXT”).

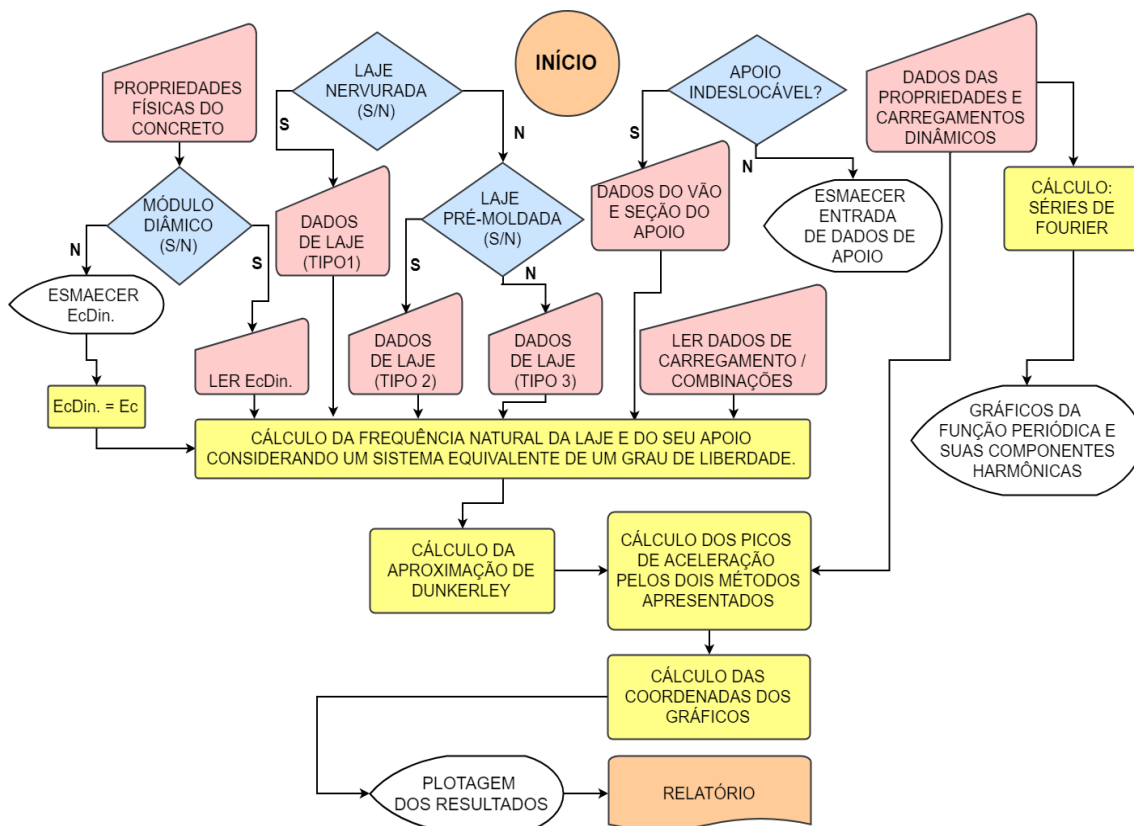


Figura 9 – Diagrama de blocos (simplificado) do programa.

Funcionamento: Após a entrada de dados, o cálculo da frequência natural da estrutura se baseia nas equações (23) e (24) e nos picos de aceleração das equações (26) e (27). De

posse desses resultados o programa os situa graficamente para possibilitar ao usuário a verificação do atendimento dos limites estabelecidos para cada um dos tipos de atividade. No que diz respeito à verificação dos picos de aceleração vinculados à análise de Fourier, a favor da segurança, o algoritmo sempre considera a existência de ressonância ($\beta = 1$) no harmônico de frequência imediatamente superior à frequência de excitação ou um de seus múltiplos ($1\Omega, 2\Omega, 3\Omega, \dots$). Para isso, a frequência de excitação é substituída pela fração da frequência natural correspondente ao harmônico calculado. Exemplo: Em uma estrutura com $f_n = 5\text{Hz}$ submetida a uma carga dinâmica com $\Omega = 2\text{Hz}$ o programa identificará a possibilidade de ressonância no terceiro harmônico ($2 \times 2\text{Hz} = 4\text{Hz} \leq f_n$), com isso, ele ajustará Ω da seguinte forma: $\Omega' = 5\text{Hz} / 3 \rightarrow \Omega' = 1,67\text{Hz}$.

Para uma análise mais completa, o usuário pode permutar o valor da frequência de excitação, obtendo assim, de forma manual (externa ao programa) uma envoltória de resultados. É válido ressaltar que só foram consideradas dinamicamente relevantes ressonâncias obtidas até o quarto harmônico, onde, por falta de informações bibliográficas confiáveis, adotaram-se coeficientes de Fourier correspondentes a 1/4 dos valores especificados para o terceiro harmônico.

Detalhe específico para apoios deslocáveis: Quando o apoio é definido como deslocável, as cargas permanentes e acidentais especificadas para as lajes devem ser transferidas para as vigas como carregamento linear. Exemplo: Caso seja aplicada uma carga distribuída de 1 kN/m^2 sobre uma laje com 8m de vão, deve-se proceder a inclusão de uma carga linear de 4kN/m sobre a viga, ou seja, $(8\text{m} \times 1\text{kN/m}^2) \div 2$.

Conclusões

O *DINÂMICO (Versão 1.1)* se mostrou uma ferramenta computacional simples, leve, prática, confiável e bastante ágil, suprimindo todas as necessidades básicas para verificação dinâmica de lajes unidirecionais de concreto armado e protendido. Sendo assim de grande utilidade para o dia a dia dos escritórios de engenharia estrutural.

Referências

- AALAMI, Bijan O. Vibration design of concrete floors. ADAPT Corporation, Redwood City, 2014.
- ABNT, NBR. 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BACHMANN, Hugo et al. Vibration problems in structures: practical guidelines. Birkhäuser, 1995.
- BRASIL, R. M. L. R. F *et al.* Introdução a dinâmica das estruturas para engenharia civil. São Paulo: Blucher, 2013.
- CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. Dynamics of Structures. Berkeley, CA, USA: Computers & Structures. 2003.
- MAST, Robert F. Vibration of precast prestressed concrete floors. PCI jornal, 2001.
- MURRAY, Thomas M.; ALLEN, David E.; UNGAR, Eric E. Floor vibrations due to human activity. American Institute of Steel Construction, 2003.
- SAADE, Joel. C#: Guia do programador. Novatec Editora, São Paulo, 2010.
- STOLOVAS, Sergio. Dinâmica aplicada em Estruturas de Concreto Armado. Curso TQS Informática, São Paulo, 2007.