

Análise não Linear de Estruturas Especiais de Concreto Armado Dimensionadas pelo Método de Bielas e Tirantes

Rodrigo Sanguedo Baptista¹, Sergio Hampshire de Carvalho Santos²

¹Universidade Federal do Rio de Janeiro / sanguedo@gmail.com

²Universidade Federal do Rio de Janeiro / sergiohampshire@gmail.com

Resumo

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar a análise não linear de estruturas especiais de concreto armado, previamente dimensionadas pelo Método de Bielas e Tirantes. Por estruturas especiais são consideradas aquelas cujo modelo de dimensionamento convencional não é adequado para a definição das armaduras. O dimensionamento dessas estruturas pode então ser feito através do Método de Bielas e Tirantes, baseado no princípio do limite inferior da Teoria da Plasticidade. O método em questão consiste em desenvolver um modelo em treliça para representar a configuração das tensões principais elásticas que atuam na estrutura a partir dos carregamentos. As barras da treliça que apresentam tração (tirantes) são utilizadas para se obter as armaduras. As barras da treliça que apresentam compressão (bielas), representam as bielas comprimidas que devem apresentar dimensões tais que as tensões nelas atuantes sejam inferiores aos valores limites estabelecidos pelas normas regulamentadoras de projeto. Para a realização de análises não lineares do concreto armado pode ser utilizado o *software* de elementos finitos ATENA, o qual considera o comportamento do concreto e sua fissuração através de modelos consistentes. As análises não lineares permitem verificar se a configuração das tensões principais após a fissuração do concreto sofre alterações importantes, de tal forma que haja necessidade de modificar as armaduras decorrentes da análise com os Método de Bielas e Tirantes. Neste trabalho é analisada uma estrutura típica, de uma viga-parede com abertura. O trabalho concluiu que as armaduras obtidas pelo método de bielas e tirantes foram suficientes para que as estruturas atendessem ao estado limite último. Foi notado que regiões com tensões principais de tração provenientes da análise linear elástica tendem a ter seus valores reduzidos conforme a fissuração do concreto ocorre nessas regiões. As análises não lineares demonstraram ainda que o método de bielas e tirantes pode não prever armaduras em locais com necessidade de barras para reduzir a abertura de fissuras para atender os estados limites de serviço.

Palavras-chave

Bielas e tirantes; *software* ATENA; concreto armado; estruturas.

Introdução

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar análises não lineares de estruturas especiais de concreto armado (tais vigas como aberturas, vigas com variação de altura, vigas-parede, etc.) dimensionadas pelo método de bielas e tirantes. Por estruturas especiais são consideradas aquelas cujo modelo de dimensionamento convencional, que considera a validade da hipótese das seções planas de Navier-Bernoulli, não é adequado para a obtenção das armaduras.

O dimensionamento das estruturas especiais no passado se baseava em modelos empíricos, baseados principalmente na experiência adquirida no passado. Algumas destas situações de dimensionamento podem ser encontradas por exemplo em Leonhardt e Monnig (1978).

Com base na clássica Treliça de Mörch (2002), Schlaich *et al.* (1987), a partir de ideias desenvolvidas por diversos pesquisadores durante este período, estenderam a ideia de Mörch, da representação de vigas simples de concreto armado por modelos de treliça, para situações absolutamente genéricas de geometria e carregamento.

Os Modelos de Bielas e Tirantes de Schlaich *et al.* foram progressivamente sendo aceitos e aplicados em projeto pela comunidade técnica, em todo o mundo. Critérios para a aplicação destes modelos, que se baseiam no princípio do limite inferior da Teoria da Plasticidade, foram sendo progressivamente introduzidos nas normas de projeto, como na ACI 318 (2019) e na NBR 6118 (2014).

A Figura 1 reproduz a Figura 22.1 da NBR 6118:2014, que define situações típicas em que é aplicável o dimensionamento com Modelos de Bielas e Tirantes (hachurados na figura).

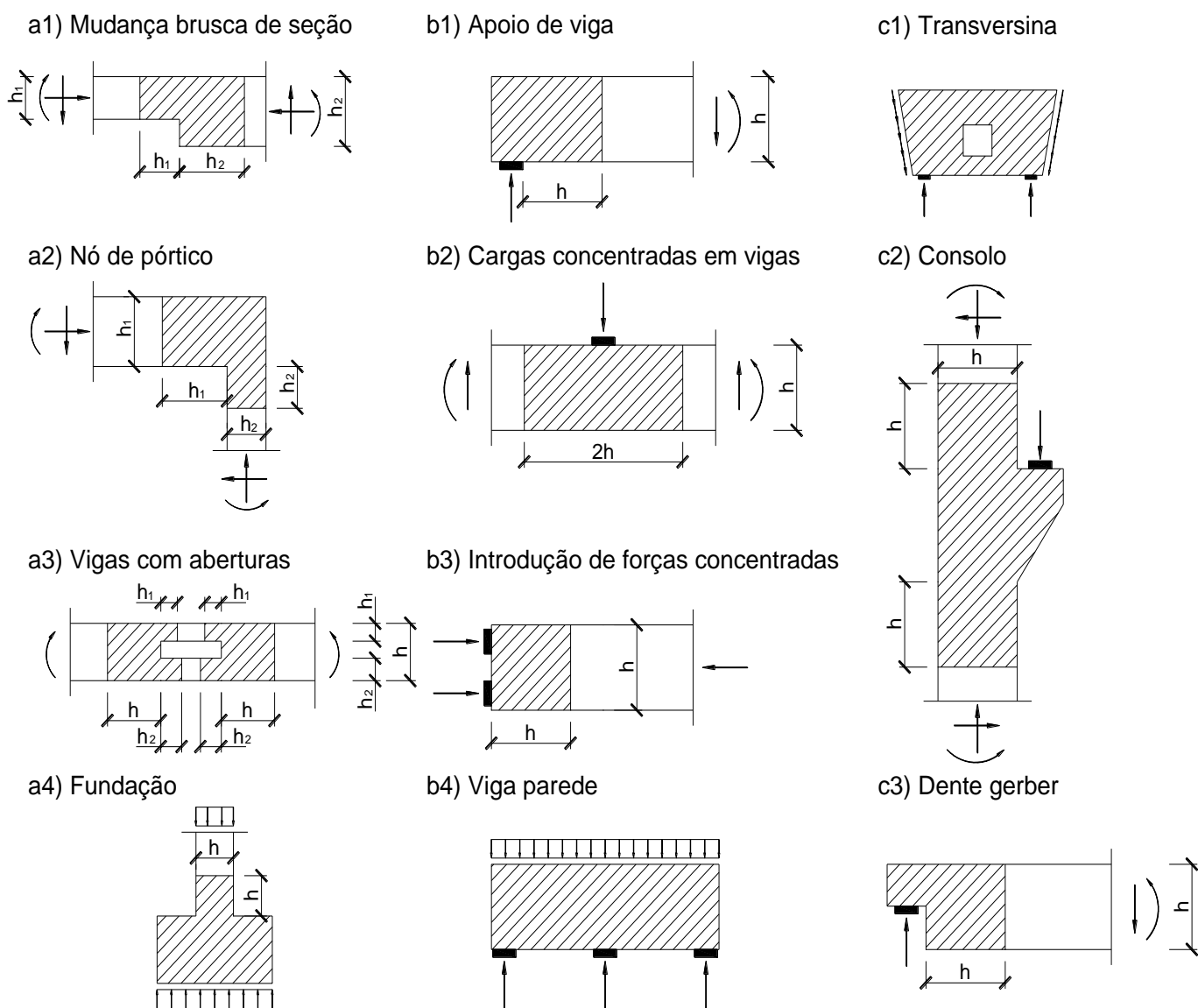


Figura 1 - Situações típicas para dimensionamento com Modelos de Bielas e Tirantes

Considerações sobre a aplicação dos Modelos de Bielas e Tirantes ao projeto podem ser encontrados em FUSCO (2013), SANTOS (2021) e SANTOS (2023). AGUIAR (2018) apresentou um estudo sobre o tratamento dado por um aplicativo de projeto integrado às regiões especiais do concreto armado, oferecendo diversas sugestões para melhoria do aplicativo. Observar que diferentes combinações de carregamentos podem levar a diferentes modelos de bielas e tirantes.

Este artigo apresenta um dos exemplos apresentados na Dissertação de Mestrado do primeiro autor, orientado pelo segundo (BAPTISTA, 2022).

Exemplo de aplicação

Este trabalho verificou o dimensionamento de uma estrutura especial de concreto pelo Método de Bielas e Tirantes. A classificação de estrutura especial, considera tratar-se de uma estrutura cujo dimensionamento convencional para calcular elementos de concreto armado não é aplicável. A verificação do dimensionamento foi realizada através do *software* ATENA, que utiliza o método de elementos finitos para realizar análises não lineares de estruturas de concreto, considerando inclusive a fissuração deste material. Nas análises

desenvolvidas foi possível verificar o comportamento da estrutura nos estados limites último e de serviço. O modelo analisado neste trabalho consta de uma parede com abertura, engastada em sua extremidade direita e livre em sua extremidade esquerda. Essa parede tem largura da seção transversal de 25 cm e nela atua uma carga concentrada de 300 kN com sentido para baixo em sua extremidade livre. A Figura 2 apresenta o modelo.

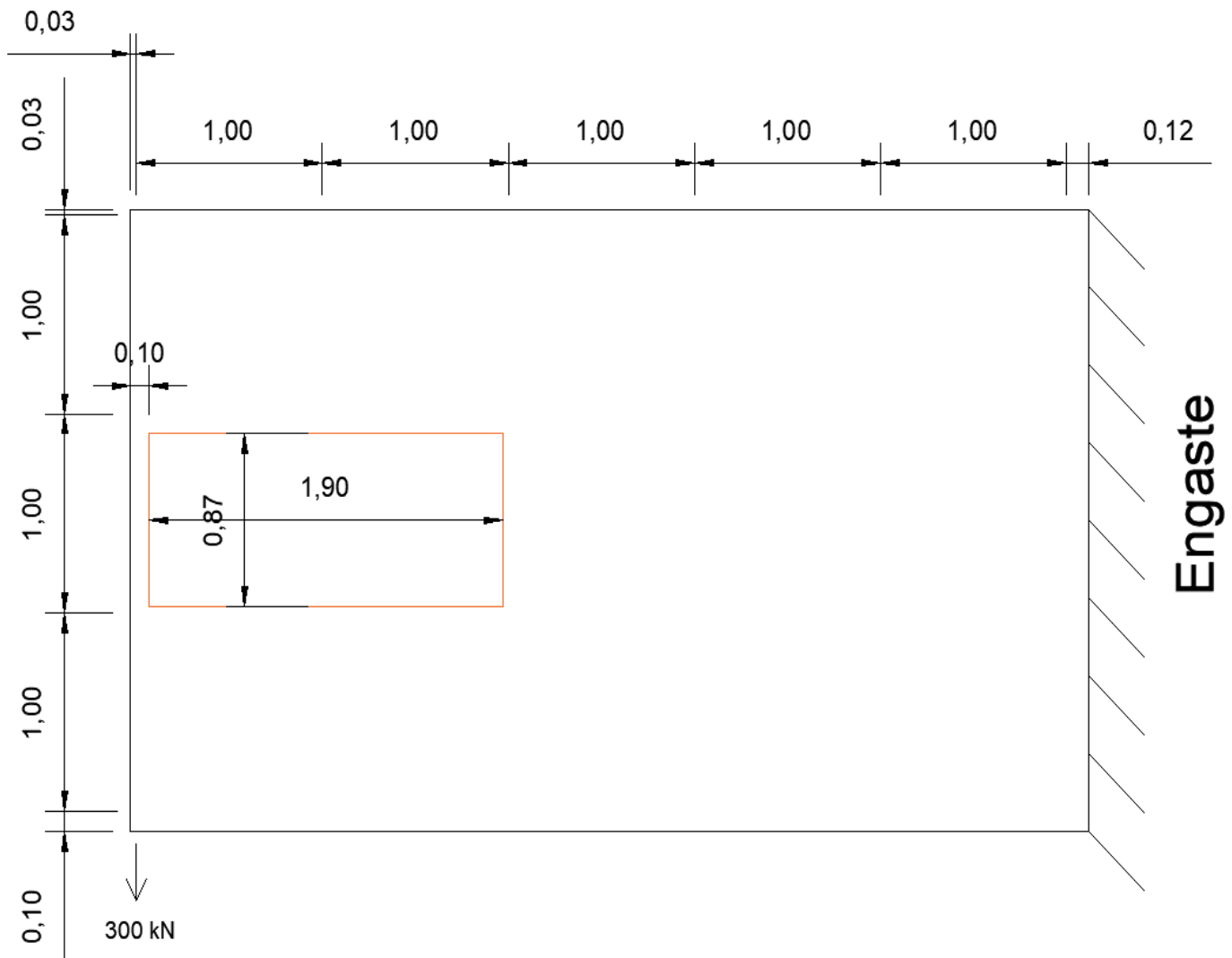


Figura 2 - Configuração geométrica do modelo de parede com abertura (cotas em metros).

Para efeito de cálculo, o vão livre da parede foi tomado como sendo de 5,00 metros, resultando, desta maneira, em um momento fletor máximo negativo de $1.500 \text{ kN} \cdot \text{m}$ no engaste.

Para estabelecer o modelo de bielas e tirantes foi utilizado o *software* ROBOT STRUCTURAL (2019) por meio do método de elementos finitos. Foi feita a análise das tensões principais elásticas decorrentes do carregamento de 300 kN.

A Figura 3 apresenta a configuração de tensões principais máximas (S1) na parede, enquanto que a Figura 4 apresenta a configuração de tensões principais mínimas (S2) presentes no modelo.

Nesta análise não são utilizados estribos inclinados, por isso, foi desenvolvida uma configuração de bielas e tirantes utilizando apenas estribos verticais, o que é a configuração usual de armadura transversal utilizada nas estruturas de concreto armado.

A Figura 5 apresenta o modelo de bielas e tirantes desenvolvido, enquanto a Figura 6 apresenta as forças axiais nas barras da treliça que resultam deste modelo.

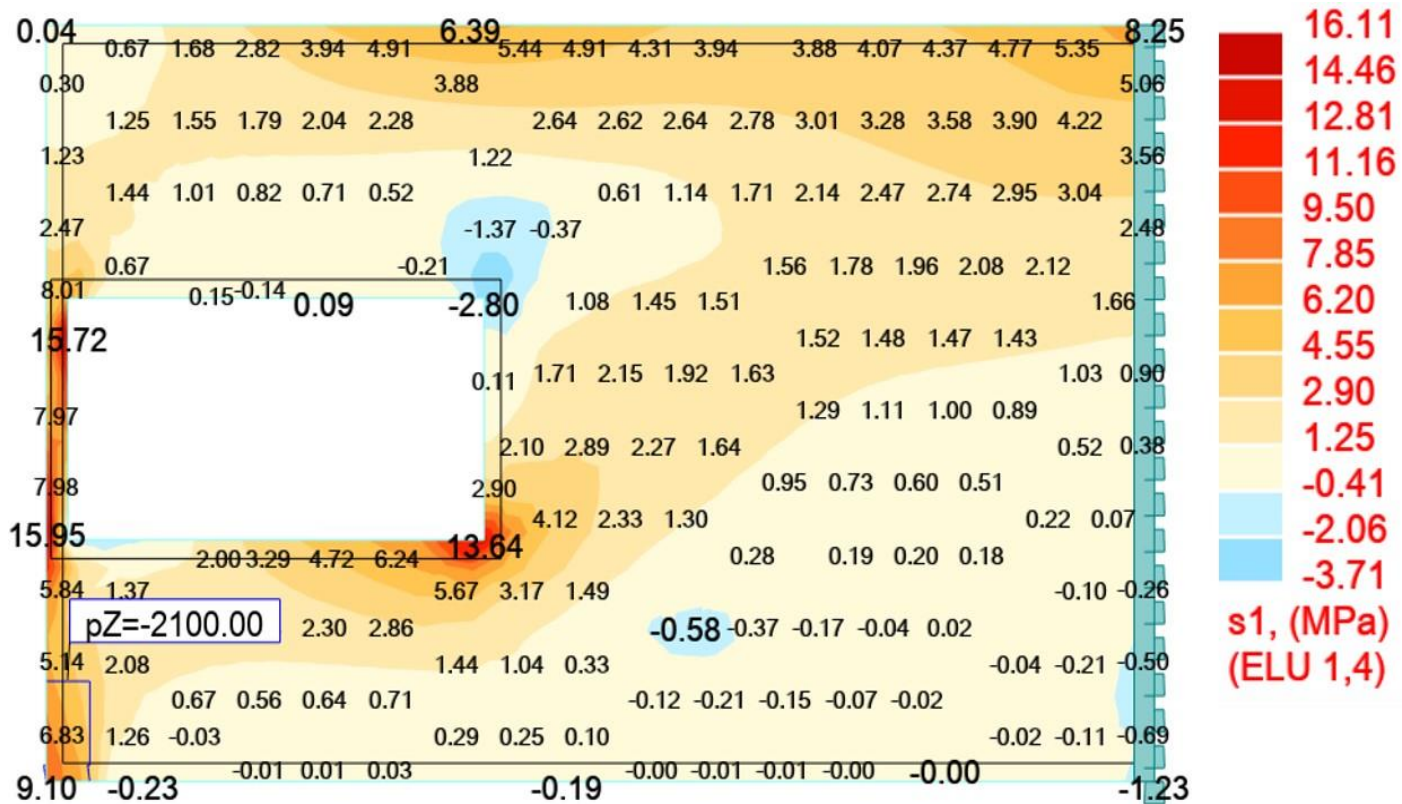


Figura 3 - Configuração de tensões principais máximas S1 na parede.

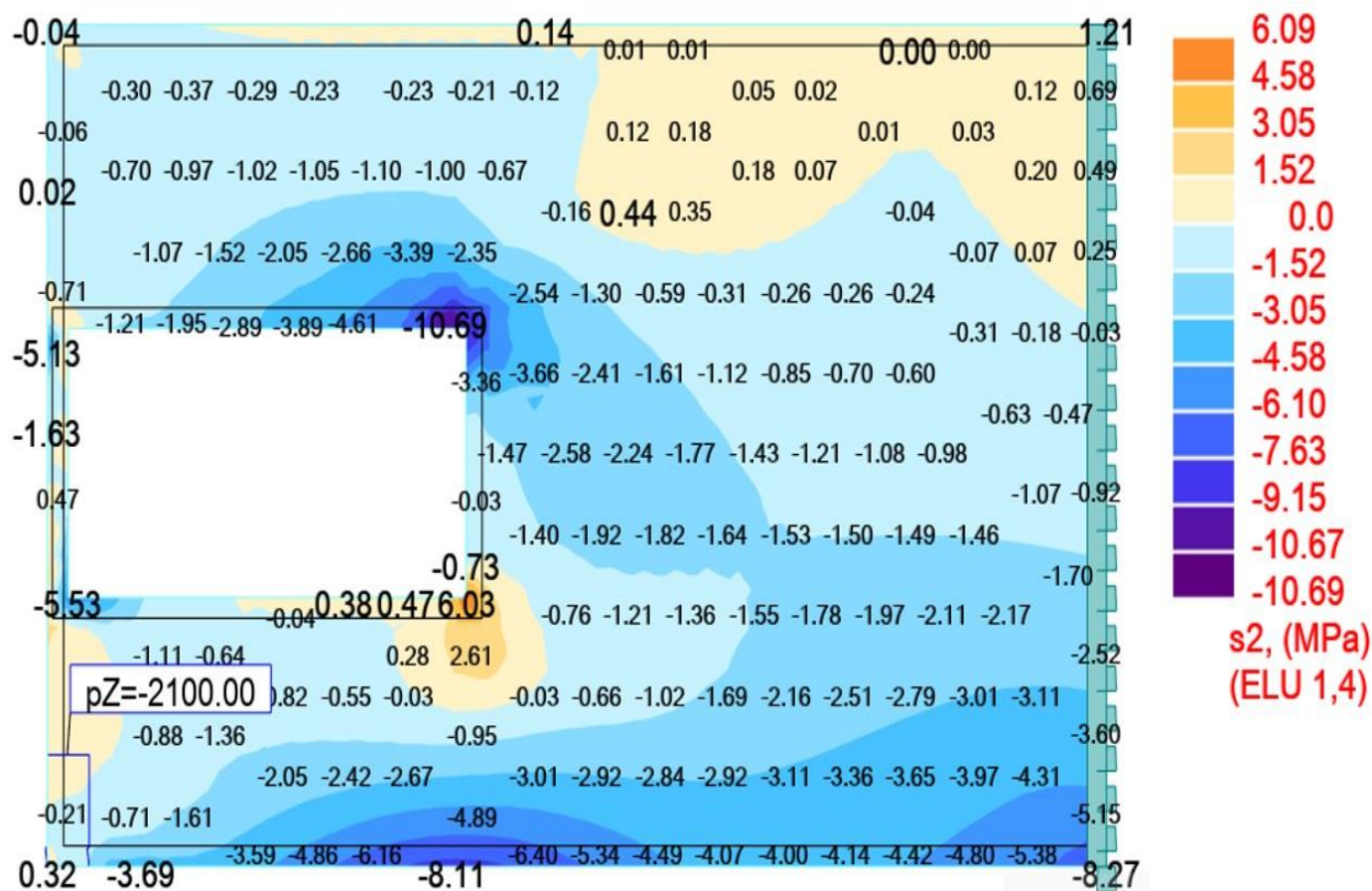


Figura 4 - Configuração de tensões principais mínimas S2 na parede

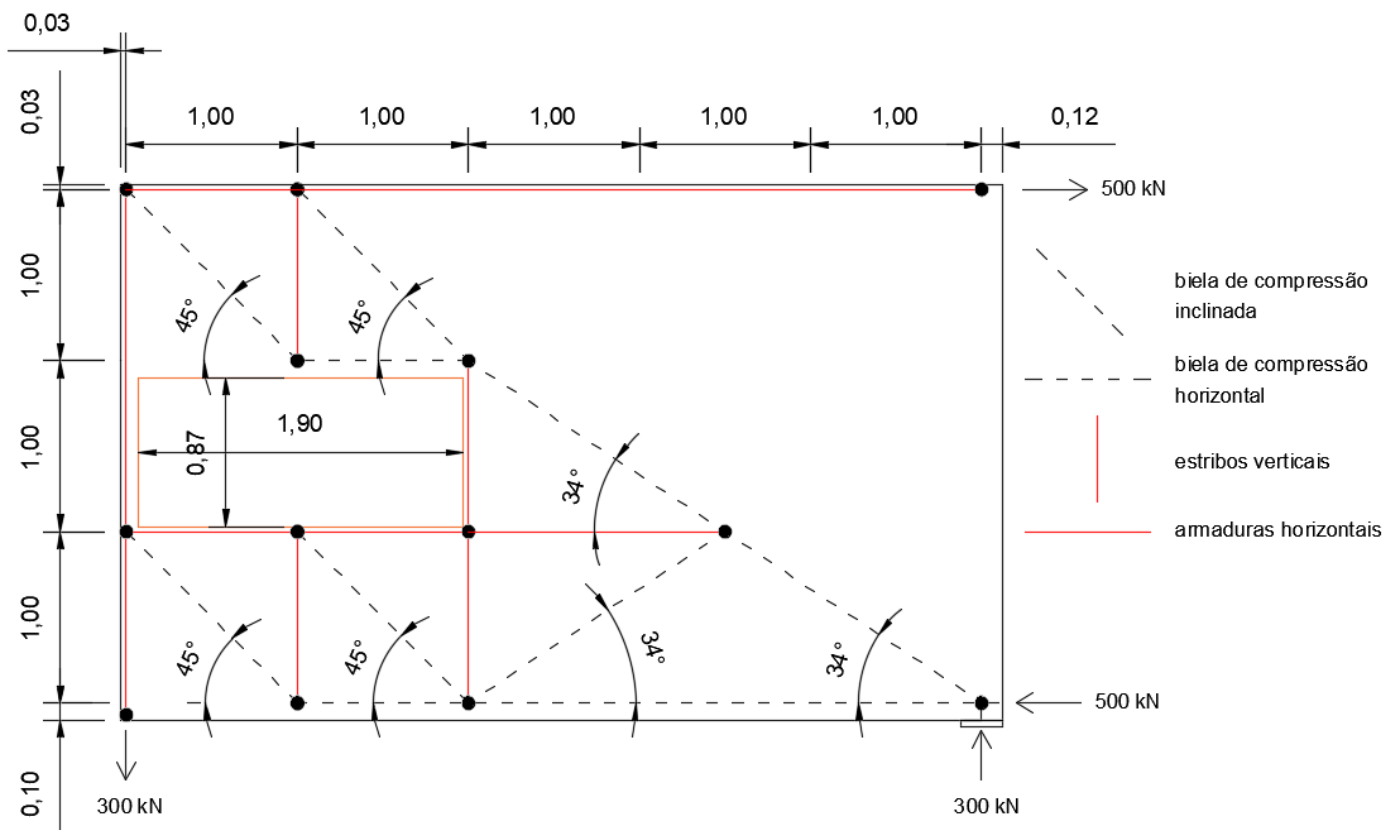


Figura 5 - Modelo de bielas e tirantes utilizado para o projeto da parede.

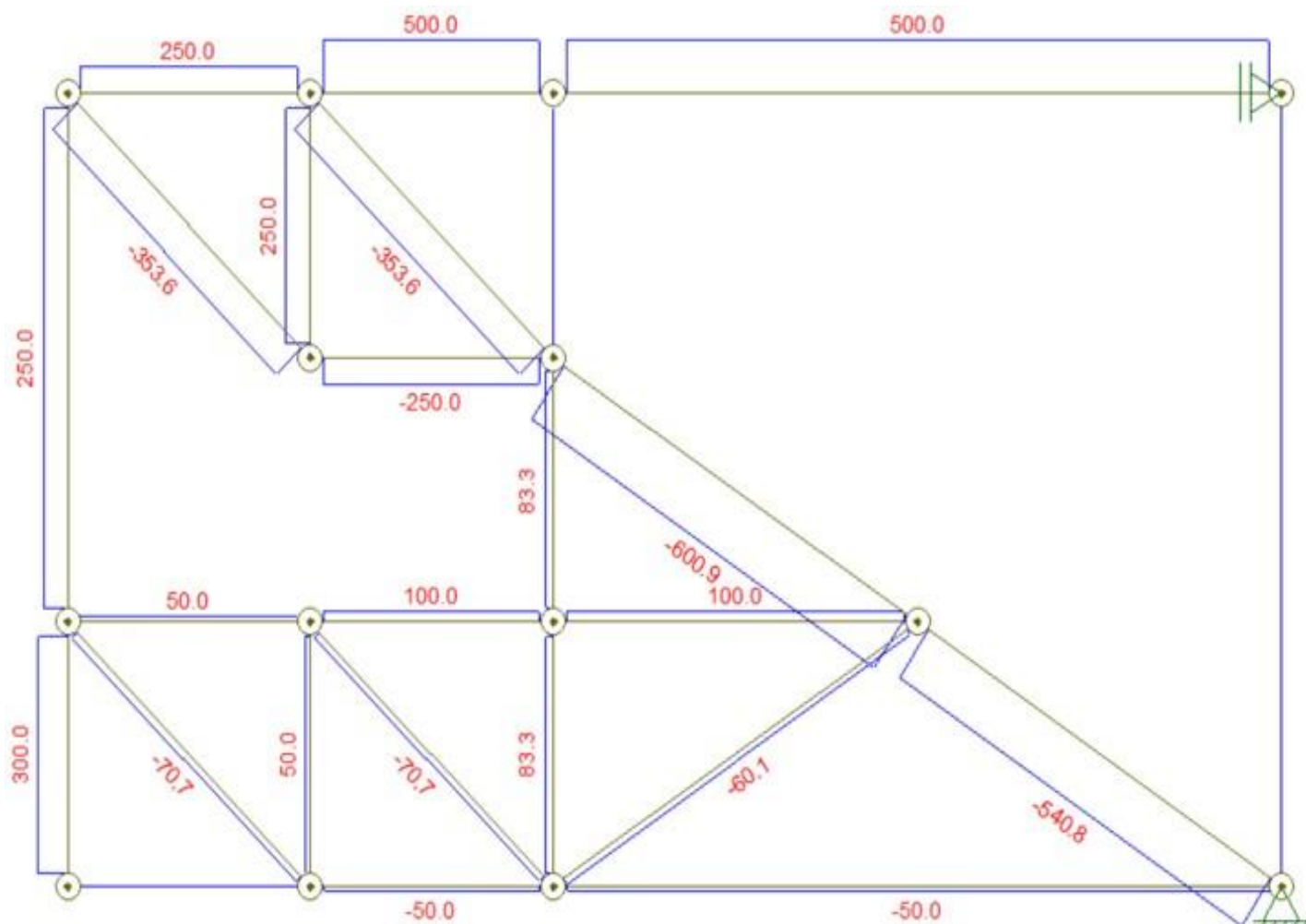


Figura 6 - Forças axiais nas barras da treliça que no modelo de bielas e tirantes para a parede.

O dimensionamento foi realizado considerando as seguintes características:

- Cobrimento de 3 cm;
- Aço CA-50;
- Concreto C-30;
- Bielas inclinadas em 45° e 34°. A NBR6118:2014 permite inclinações de bielas com ângulo cuja tangente varia entre 0,57 e 2;
- Bielas com espessura de 25 cm;
- Estribos verticais distribuídos nas regiões que formam os nós onde atuam forças de tração,

Para o material concreto, o ATENA permite utilizar um modelo constitutivo denominado SBETA (CCSBetaMaterial). A formulação das relações constitutivas é considerada no estado plano de tensões. Uma abordagem distribuída é utilizada para modelar as propriedades do material, como por exemplo as fissuras e a armadura distribuída na estrutura. Isso significa que as propriedades definidas para um ponto do material são válidas dentro de um certo volume, que neste caso, é associado ao elemento finito inteiro. O modelo constitutivo é baseado no método da rigidez e é descrito de acordo com a equação de equilíbrio em cada ponto do material.

O comportamento não-linear do concreto no estado biaxial de tensões é descrito por meio da chamada tensão efetiva σ_c^{ef} e a deformação uniaxial equivalente ε^{eq} . A tensão efetiva é em muitos casos uma tensão principal. A deformação uniaxial equivalente é introduzida para eliminar o efeito de Poisson no estado plano de tensões. A deformação uniaxial equivalente pode ser considerada como a deformação que seria produzida pela tensão σ_{ci} em um ensaio uniaxial com módulo de elasticidade E_{ci} associado à direção i . Dentro desta consideração, a não-linearidade que representa um dano é causada apenas pela tensão σ_{ci} . O diagrama uniaxial equivalente de tensões-deformações completo é mostrado na Figura 7.

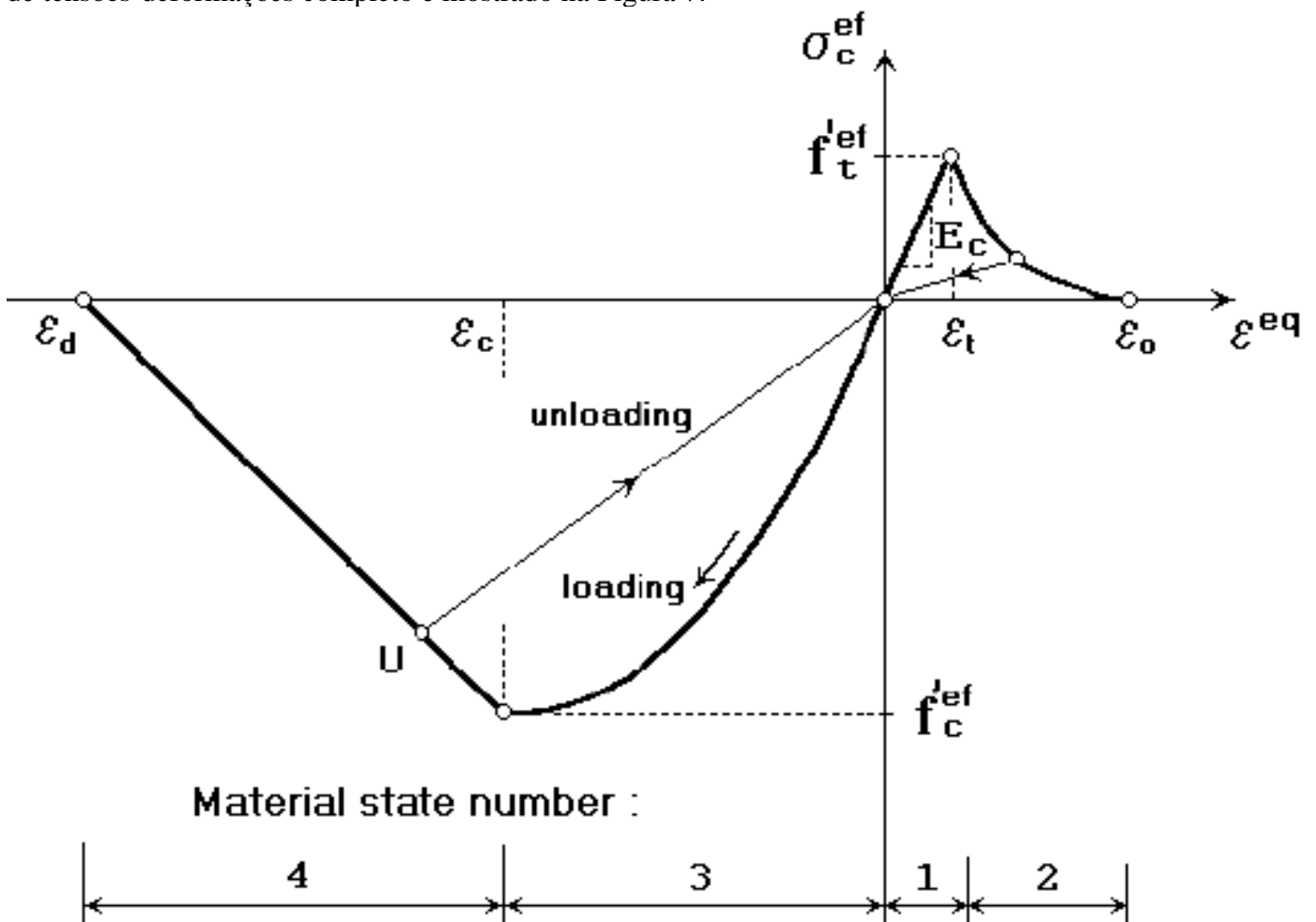


Figura 7 - Lei uniaxial equivalente de tensão-deformação para o concreto. Fonte: ATENA Program Documentation – Part 1 (Fig. 2-4).

Os números no diagrama da Figura 7 são utilizados nos resultados das análises para indicar o estado de dano do concreto. O descarregamento é uma função linear em relação à origem. Um exemplo de ponto de descarregamento U é mostrado na Figura 7. A relação entre tensão σ_c^{ef} e deformação ε^{eq} não é única e depende do histórico do carregamento.

Uma mudança de carregamento para descarregamento ocorre, quando o incremento de deformação efetiva muda de sinal. Se ocorrer um recarregamento subsequente, o caminho de descarregamento linear é seguido até o último ponto de carregamento U ser alcançado novamente e em seguida a função de carregamento é retomada. Os valores de pico da tensão na compressão $f_c'^{ef}$ e na tração $f_t'^{ef}$ são calculados de acordo com o estado de tensões biaxial. Portanto, a lei de tensão-deformação uniaxial equivalente reflete o estado biaxial de tensões.

O modelo do material SBETA inclui os seguintes efeitos do comportamento do concreto:

- Comportamento não-linear na compressão incluindo enrijecimento e amolecimento;
- Fratura do concreto na tração baseada na mecânica da fratura não-linear;
- Critério de falha de resistência biaxial;
- Redução da resistência à compressão após a fissuração;
- Efeito de enrijecimento na tração;
- Redução da rigidez ao cisalhamento após a fissuração;
- Dois modelos de fissura: direção fixa de fissura e direção rotacionada da fissura.

O modelo de fissuração proposto pelo *software* ATENA 3D está baseado na fissuração distribuída, chamado de *Smeared Crack Model*, assumindo que as fissuras são uniformemente distribuídas dentro de cada elemento finito da malha. Esse modelo consegue representar a propagação de fissuras em estruturas de concreto armado, considerando o material como ortotrópico. Dentro desse conceito, duas opções são disponíveis para os modelos de fissuração: Modelo de fissuras fixas (*fixed crack model*) e o Modelo de fissuras rotacionadas (*rotated crack model*) (ver PUEL, 2018).

No modelo fixo de propagação de fissuras, as fissuras se propagam na mesma direção das tensões principais no momento que a fissuração se iniciou. Ao se considerar fixa a direção de propagação das fissuras, passa a haver tensões cisalhantes na superfície do plano dessas fissuras e, portanto, as tensões normais atuantes nesse plano não são tensões principais.

Já no modelo rotacionado de propagação de fissuras, a direção da propagação rotaciona de maneira a acompanhar a direção das tensões e deformações principais. Desta forma, nenhuma tensão cisalhante ocorre no plano das fissuras e apenas duas tensões normais atuam, sendo estas as tensões principais.

É importante ressaltar que os eixos das barras da treliça representam os centros de gravidade das armaduras e as resultantes das tensões de compressão das bielas. Os parâmetros utilizados para a realização das análises não lineares no *software* ATENA estão apresentados na Tabela 1. A Figura 8 apresenta a configuração de projeto para o modelo de parede, tendo as armaduras sido dimensionadas através da força de tração majorada pelo fator 1,4 e dividida pela tensão de cálculo de dimensionamento do aço (43,5 kN/cm²). As Figuras 9 e 10 apresentam os resultados principais da análise nos Estados Limites Último e de Serviço, respectivamente.

Tabela 1 - Parâmetros utilizados para a realização da análise não linear no ATENA				
Malha de elementos finitos	Energia Específica de Fratura	Modelo de Propagação de Fissura	Método de Solução	Incremento de Cargas
Elementos quadriláteros - CCQ10SBeta	1,44 x 10 ⁻⁵ MN – Calculado pelo Método de Hillerborg <i>et al</i> , (1976)	Rotacionado (Rotated)	Newton-Raphson	21 incrementos de 2 x 10 ⁻² MN
Espaçamento de 23 cm entre os nós				

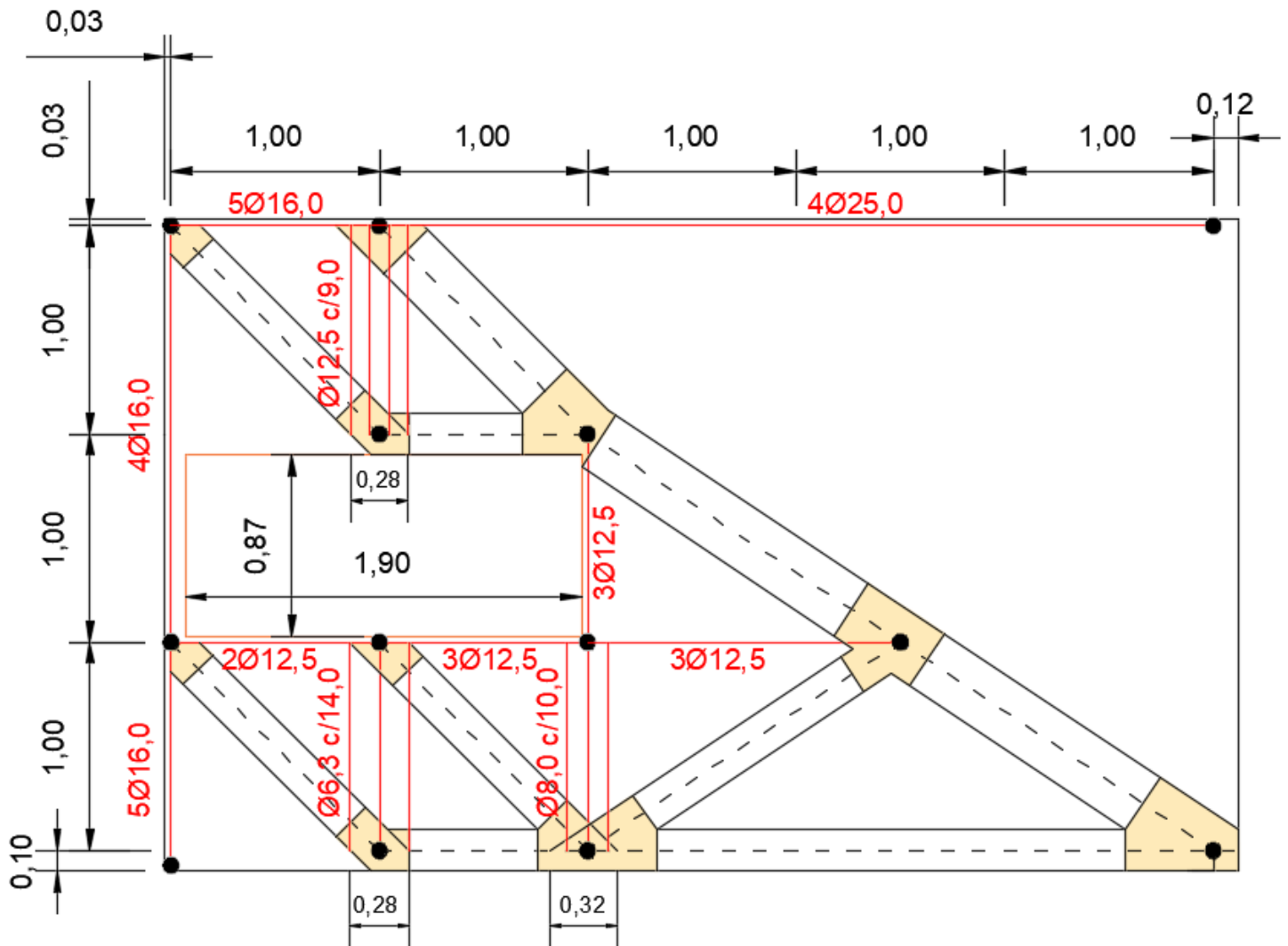


Figura 8 - Bielas e armaduras referentes ao projeto da parede.

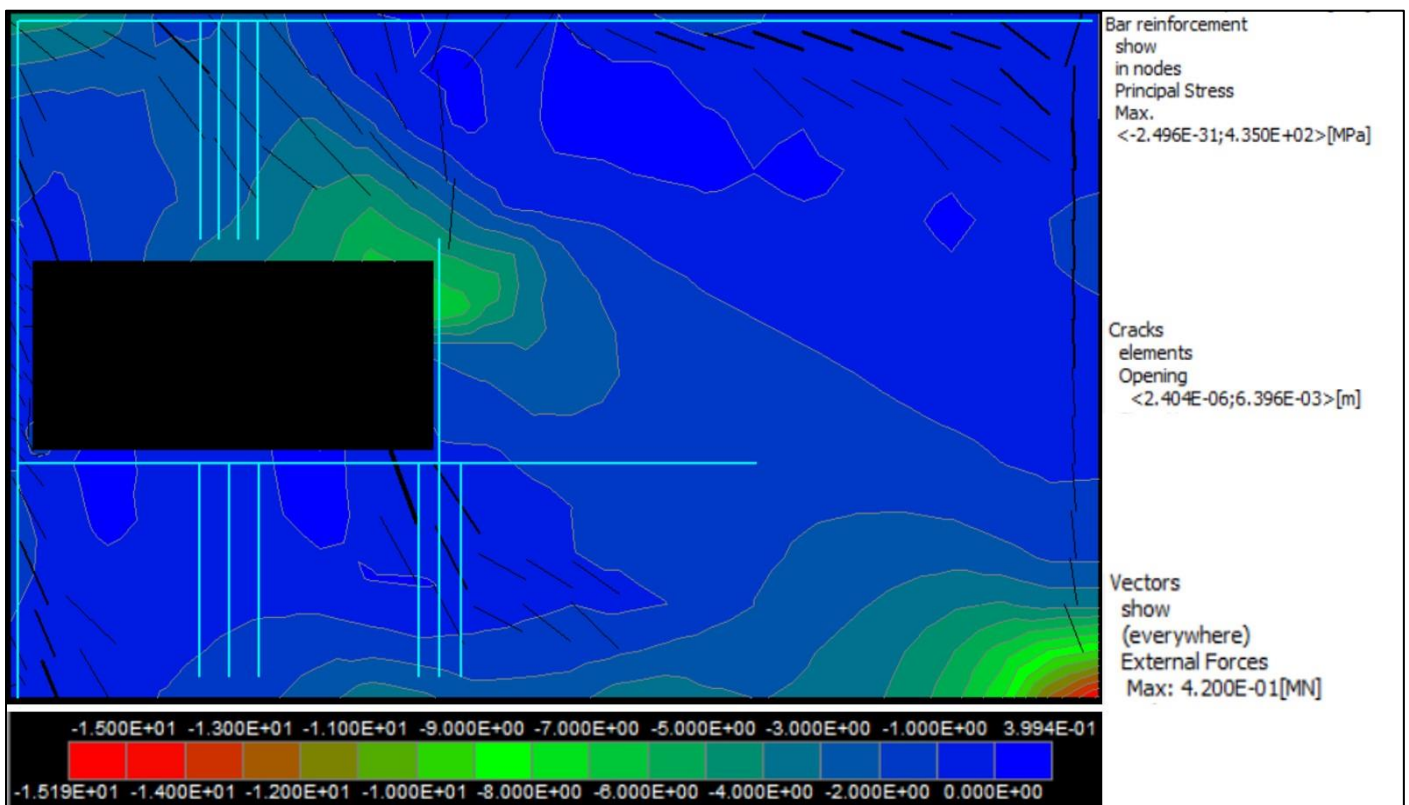


Figura 9 – Modelo da parede apresentando as fissuras, a armadura e as tensões principais mínimas no concreto para o carregamento de 420 kN.

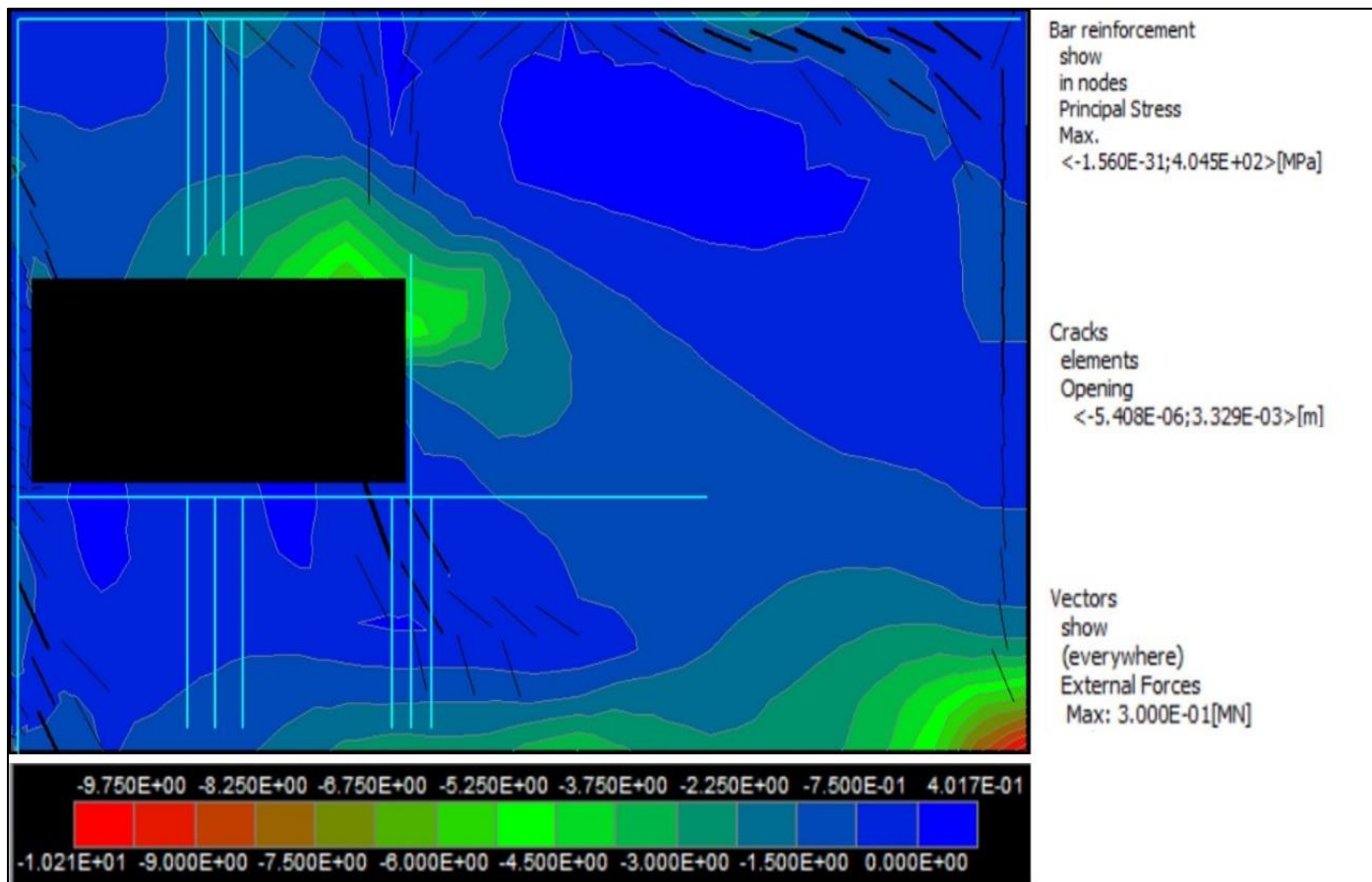


Figura 10 - Modelo da parede apresentando as fissuras, a armadura e as tensões principais mínimas no concreto para o carregamento de 300 kN.

É possível observar que a máxima abertura de fissuras registrada pelo ATENA durante a modelagem da parede submetida ao carregamento de serviço, foi de aproximadamente 3,33 mm. Este valor é superior ao limite estabelecido pela NBR 6118:2014 para qualquer classe de agressividade ambiental.

Em relação à modelagem da parede considerando o carregamento último, ou seja, de 420 kN, foi possível perceber que o dimensionamento obtido pelo modelo de bielas e tirantes foi satisfatório para assegurar a resistência da estrutura, visto que o modelo não registrou tensões de compressão no concreto acima da tensão $0,85f_{cd}$ ($15,19 \text{ MPa} \leq 18,21 \text{ MPa}$), enquanto que as armaduras atingiram exatamente a tensão de escoamento do aço, para a qual foram projetadas (435 MPa) .

Essa análise demonstrou que para a estrutura analisada, o modelo de bielas e tirantes não foi capaz de prever armadura suficiente para combater a fissuração, de maneira a limitar a abertura máxima de fissuras a níveis aceitáveis pela NBR 6118:2014. Isso indicou que é necessário atenção com o dimensionamento de estruturas especiais de concreto pelo Método de Bielas e Tirantes, pois o estado limite de serviço pode não ser atendido apenas com as armaduras resultantes do método.

Conclusões

O presente trabalho apresentou a análise de uma estrutura de concreto armado dimensionada por meio do Método de Bielas e Tirantes, o qual baseia-se na configuração de tensões elásticas que ocorre nos elementos estruturais submetidos aos diversos carregamentos. A partir do dimensionamento das armaduras por meio do Método de Bielas e Tirantes, a estrutura foi submetida a uma análise não linear por meio do *software* de elementos finitos ATENA, o qual considera a fissuração do concreto através da energia de fratura. A análise não linear dessa estrutura teve por objetivo principal verificar se, com a fissuração no concreto, a configuração de tensões principais sofreria alteração a ponto de ser necessário modificar o arranjo das armaduras obtidas por meio da análise linear elástica das tensões principais.

O exemplo analisado neste trabalho demonstrou que as armaduras obtidas pelo Método de Bielas e Tirantes são suficientes para que a estrutura atendessem ao estado limite último. É interessante notar que regiões com tensões principais de tração provenientes da análise linear elástica tendem a ter valores de tensões reduzidos

conforme a fissuração do concreto ocorre nessas regiões. Isso pode ser justificado, pois ao ocorrer a fissuração, as tensões de tração, que antes atuavam no concreto, passam a ser suportadas pelas armaduras. Entretanto, as análises não lineares demonstram que o método de bielas e tirantes pode não prever armaduras em locais onde há a necessidade de armaduras para reduzir a abertura de fissuras e dessa maneira atender ao estado limite de serviço.

Algumas limitações do tipo de análise aqui apresentado devem ser consideradas. Há de se levar em conta a dificuldade de representar o comportamento frágil do concreto através de modelos matemáticos. O *software* ATENA considera a fissuração através da energia de fratura do concreto e, portanto, o modelo utilizado para se calcular a energia de fratura a ser considerado interfere nos resultados das análises. Outra decisão que afeta bastante os resultados é a opção do modelo de fissuração a adotar: se o Modelo de fissuras fixas (*fixed crack model*) ou Modelo de fissuras rotacionadas (*rotated crack model*).

Em BAPTISTA (2022) são apresentados estudos de diversos outros modelos de estruturas especiais. As análises com o *software* ATENA efetuadas permitiram o aprimoramento e mesmo a correção dos diversos modelos de treliça previamente concebidos nas análises com o Método das Bielas e Tirantes, com uma melhor compatibilização destes com os resultados das análises não lineares.

Referências

- AGUIAR, C. C. P. Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes. Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19 – Building Code Requirements for Structural Concrete. 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT 6118:2014 Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ATENA - ADVANCED TOOL FOR ENGINEERING NONLINEAR ANALYSIS. 2D v5 DEMO. Červenka Consulting, Disponível em: <https://www.cervenka.cz/download/>.
- BAPTISTA, R. S. Análise não linear de estruturas especiais de concreto armado dimensionadas pelo método de bielas e tirantes. Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2022.
- FUSCO, P. B. Técnica de Armar as Estruturas de Concreto. 2ª ed. São Paulo: PINI, 2013.
- HILLERBORG, A; MODÉER, M; PETERSSON, P-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research, p. 773-782, 1976
- LEONHARDT, F; MONNIG, E. Construções de Concreto: Princípios Básicos Sobre a Armação de Estruturas de Concreto Armado (Volume 3), Interciência, 1978.
- MÖRSCH, E., Der Eisenbetonbau, seine Theorie and Anwendung (Reinforced Concrete, Theory and Application), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1912.
- PUEL, A. Análise de lajes planas simétricas e assimétricas com plastificação, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.
- ROBOT STRUCTURAL. versão 2019. Autodesk.
- SANTOS, D. M. Projeto Estrutural por Bielas e Tirantes, Oficina dos Textos, 2021.
- SANTOS, S. H. C. Detalhamento de Estruturas de Concreto Armado, in SÁNCHEZ FILHO, E. S, org., Concreto estrutural: análise, dimensionamento e patologias, Interciência, 2023
- SCHLAICH, J; SCHAFER, K; JENNEWEIN, M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. PCI JOURNAL, p. 74-150, 1987.