

Análise Comparativa quanto ao Dimensionamento e Execução das Armaduras de Reforço de uma Viga em Concreto Armado com Abertura na Alma

Nathália Flores Cogo¹, Bruna Manica Lazzari²

¹ Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul / nathalia.flores.cogo@gmail.com

² Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul / bruna.lazzari@pucrs.br

Resumo

Nos dias de hoje, a busca por um melhor uso do espaço em uma edificação é cada vez mais frequente nas construções residenciais e nas comerciais. Para tanto, os projetistas acabam optando por tamanhos menores de pé-direito. Tal fato compromete muitas vezes o espaço útil sob as vigas para a passagem das tubulações de projetos complementares, sendo necessário que essas tubulações atravessem a alma das vigas. Em razão disso e da importância que o elemento viga tem em uma estrutura, este trabalho teve como objetivo avaliar o comportamento de uma viga real de concreto armado com abertura na alma no Estado Limite Último (ELU) com ênfase na análise das armaduras. Para tanto, fez-se uma análise comparativa das tensões no aço ao final do carregamento entre os métodos analíticos de Leonhardt e Mönnig (1978) e Süsskind (1985) com o método dos elementos finitos através do *software* ANSYS versão 22.1. Assim, foi possível concluir que os métodos funcionam no ELU e que apresentam diferenças de tensões nas armaduras, sendo o de Süsskind (1985) o mais conservador e que, portanto, apresentou armaduras menos solicitadas. Ainda, como objetivo secundário, realizou-se uma análise do aço quando as armaduras de reforço longitudinais estão posicionadas com uma altura de duas vezes o cobrimento, a fim de simular uma situação observada in loco. A mudança do posicionamento da armadura acarretou uma maior solicitação dos estribos superiores.

Palavras-chave

Vigas com abertura; armaduras de reforço; método dos elementos finitos; ANSYS.

1 Introdução

As construtoras e as incorporadoras buscam cada vez mais aproveitar ao máximo o potencial construtivo dos seus terrenos, de modo a disponibilizar a maior quantidade possível de apartamentos para a venda. Para isso, os projetistas frequentemente optam por utilizar o tamanho de pé-direito mínimo exigido por norma. Tal fato, faz com que não haja espaço útil sob as vigas para a passagem de tubulações de projetos complementares, como tubulações hidráulicas, elétricas, incêndio e demais projetos, sendo necessário realizar aberturas na alma das vigas (KUNZLER, 2013).

Nas construções de grande porte o uso de pé direito duplo nos pavimentos de acesso, viabiliza mais espaço sob as vigas para a passagem de tubulações dos projetos complementares. Contudo, devido à complexidade de acomodar uma maior gama de projetos envolvidos nesse tipo de construção, torna-se necessária a passagem de algumas tubulações de modo a atravessar a alma das vigas.

É visto, portanto, que o uso de aberturas em estruturas de concreto armado é uma solução comumente utilizada pelos projetistas em projetos de construções convencionais e de grande porte. Segundo Silva (2021), em tais projetos, a descontinuidade na estrutura, altera o fluxo de tensões ao redor desse local, o que implica na maneira como a estrutura irá resistir às cargas impostas na edificação.

As aberturas, para serem executadas em vigas, devem atender aos parâmetros citados na NBR 6118/2014. Isto posto, quando forem previstas aberturas na alma de vigas, cabe ao engenheiro calculista verificar se essas atendem os requisitos da norma, bem como realizar o dimensionamento de armaduras de reforço próximas ao local de descontinuidade. Alguns dos métodos de dimensionamento mais conhecidos são os dos autores Leonhardt e Mönnig e Süsskind, bem como o

método de bielas e tirantes. O dimensionamento proposto pelos autores consiste em um modelo de obtenção de esforços aliado ao cálculo de flexão-composta. Ademais, um meio de estudo muito difundido na comunidade acadêmica é a análise numérica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Nesse contexto, as aberturas em vigas de concreto armado são uma solução bastante difundida no meio profissional e cuja execução apresenta limitações que dificultam o seu correto posicionamento e estabilidade. Diante da importância das vigas em uma edificação, o presente trabalho visa compreender o comportamento de uma viga com abertura no Estado Limite Último (ELU), com ênfase nas armaduras. Para isso, fez-se uma análise comparativa de uma viga real com abertura dimensionada pelos métodos analíticos de Leonhardt e Mönning e Süssekind, com o MEF por meio do *software* ANSYS. Como objetivo secundário, buscou-se analisar com o uso do *software* o impacto do posicionamento incorreto das armaduras de reforço dentro de uma viga com abertura na alma.

2 Parâmetros de dimensionamento de vigas com abertura segundo Leonhardt e Mönning

De acordo com Leonhardt e Mönning (1978) o dimensionamento de uma viga com abertura inicia desconsiderando a presença da abertura, sendo dimensionadas as armaduras longitudinais e transversais necessárias para absorver as solicitações da seção cheia. Em seguida, encontram-se os valores de esforço cortante e do momento fletor no eixo da abertura. Com base nestes valores, e conhecida a distância entre os eixos dos banzos comprimido e tracionado, calcula-se os esforços de cada banzo. A força normal é igual em ambos os banzos e é calculada a partir da decomposição do momento fletor do eixo da abertura, utilizando a distância entre os eixos dos banzos (equação 1).

$$(-D) = Z = \frac{M_m}{z}; z = \text{distância entre os eixos dos banzos} \quad (\text{equação 1})$$

O banzo superior comprimido absorve 80% a 90% da força cortante (equação 2), enquanto o banzo inferior tracionado absorve 20% a 10% da força cortante (equação 3). O momento fletor é calculado multiplicando-se a força cortante, superior para o banzo superior e inferior para o banzo inferior, pela metade do comprimento da abertura (equação 4 e 5) (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978).

$$Q_{sup} = (0,8 \text{ a } 0,9) Q_m; \quad Q_{inf} = (0,2 \text{ a } 0,1) Q_m; \quad (\text{equação 2 e 3})$$

$$M_{sup} = \pm Q_{sup} * \frac{l'}{2}; \quad M_{inf} = \pm Q_{inf} * \frac{l'}{2}; \quad (\text{equação 4 e 5})$$

Os banzos, portanto, devem ser dimensionados à flexão composta separadamente, utilizando os valores de momento fletor e esforço normal respectivos a cada banzo (figura 1). Além disso, deve-se calcular a armadura de suspensão junto à abertura. Para tanto, dimensiona-se estribos para o lado mais afastado do apoio para resistir cerca de 80% do esforço cortante no eixo da abertura e para o lado mais próximo ao apoio utilizar de um a três estribos. (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978).

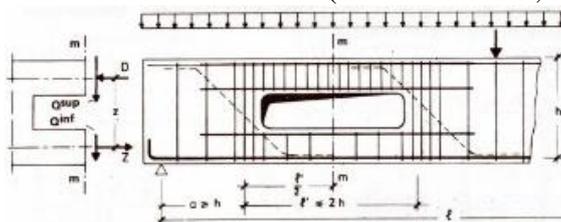


Figura 1 – Modelo de esforços em uma viga com abertura na alma (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978)

3 Parâmetros de dimensionamento de vigas com abertura segundo Süssekind

Para Süssekind (1985), analogamente aos autores Leonhardt e Mönning (1978), o dimensionamento de uma viga com abertura inicia-se pelo cálculo de flexão simples, tal como uma viga maciça. Após, intercepta-se a viga por um plano que passa no eixo da abertura, sendo essa seção equilibrada pela aplicação dos esforços atuantes (figura 2).

A viga com abertura possui uma seção comprimida, na qual a rigidez à flexão se dá pelo concreto, e uma seção tracionada, na qual a rigidez à flexão se dá pela aço. Sendo assim, o esforço cortante (Q_{tot}) é dividido proporcionalmente à rigidez a flexão nas seções comprimida (Q_{1d}) e tracionada (Q_{2d}) à abertura. Uma vez que a força cortante é significativamente maior na região comprimida, aconselha-se assumir o valor total do esforço cortante (Q_{tot}) na seção superior (equação 6). Ainda, por cautela

e para colaborar na limitação da fissuração do tirante inferior, admite-se que o valor do cortante na seção inferior seja igual a 10% do valor total do cortante (Q_{tot}) (equação 7) (SÜSSEKIND, 1985).

$$Q_{1d} = Q_{tot}; Q_{2d} = 0,1 \times Q_{tot} \quad (\text{equação 6 e 7})$$

O momento fletor do eixo da abertura (M_d) é transmitido na seção superior e na inferior pelas forças normais D_d e Z_d , respectivamente. A força D_d é aplicada a $0,4x$ do bordo mais comprimido, sendo x o valor da linha neutra da seção, e Z_d , aplicada ao nível da armadura de flexão tracionada. Assim, a seção superior e a inferior à abertura estão submetidas à flexão composta e devem ser dimensionadas para resistir ao esforço normal e ao momento fletor atuantes em cada seção (figura 2) (SÜSSEKIND, 1985). O dimensionamento proposto por Leonhardt e Mönnig (1978) e por Süssekind (1985) apresentam diferenças, são elas: local de aplicação da força normal, distribuição do esforço cortante na seção superior e inferior à abertura e cálculo do momento fletor.

De acordo com Süssekind (1985) é desejável que a abertura esteja localizada na região tracionada da viga, de modo que o cortante seja transmitido em sua totalidade pelo banzo comprimido. Para isso, é conveniente buscar valores baixos para a dimensão do banzo tracionado, desde que seja garantido uma distância mínima de 10 cm para conter a armadura de flexão.

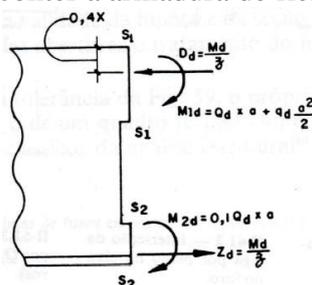


Figura 2 – Esforços atuantes na região da abertura (SÜSSEKIND, 1985)

4 Método dos Elementos Finitos (MEF) e o software ANSYS

O MEF é um recurso numérico que possibilita a simulação de estruturas de diferentes geometrias, tipos de carregamento e condições de contorno. Além disso, viabiliza a análise não-linear do concreto e das barras de aço (LAZZARI et al., 2018).

O funcionamento do MEF consiste na formação de uma malha de elementos a partir da segmentação de um meio contínuo em um número finito de elementos que estão conectados entre eles por nós. O método fornece, a partir do cálculo dos deslocamentos nodais, as tensões e deformações no interior dos elementos como também as reações nos pontos de apoio (SORIANO; LIMA, 2003).

A análise de um elemento estrutural pelo MEF pode ser feita através da modelagem numérica em um *software*, sendo o ANSYS um dos *softwares* disponíveis no mercado para isso (SILVA, 2021). Ele possibilita que o usuário faça análises estáticas, dinâmicas, de fluídos de materiais lineares ou não lineares, podendo atribuir comportamentos elástico, plástico, viscoso e a combinação desses (LAZZARI, 2015). Portanto, foi escolhido o *software* ANSYS, bem como o sistema *APDL* para produzir essa pesquisa.

Para dar início ao trabalho, foi utilizado como base o *script* elaborado por Ceron (2021), adotando os mesmos elementos finitos e modelos constitutivos. Os elementos utilizados para a elaboração do *script* foram o SOLID186 e SOLID 185 para modelagem do concreto e das placas de apoio, respectivamente, e MESH200 e REINF264 para a modelagem das armaduras.

4.1 Modelagem do concreto

Para representar o comportamento do concreto foi escolhido o modelo constitutivo DP-CONCRETE (DP – *Drucker-Prager*). Alguns parâmetros devem ser estabelecidos para a utilização desse modelo, como os parâmetros do modelo linear isotrópico, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Posteriormente, são estabelecidos os valores de resistência à compressão uniaxial, compressão biaxial e tração uniaxial (f_{cm} , f_{c2cm} e f_{ctm}), bem como os parâmetros de dilatância. Por fim, para descrever o comportamento do material após o início da plastificação, define-se o modelo HSD (*Hardening, Softening and Dilatation*), seguindo a lei de endurecimento e amolecimento (CERON, 2021).

O elemento finito escolhido para a simulação do concreto foi o SOLID186. A escolha desse elemento deve-se a sua compatibilidade com o elemento finito REINF264, sendo esse empregado para representar o aço. O elemento finito SOLID186 pode ser definido como um sólido 3-D o qual possui 20 nós de ordem superior, assim apresenta um comportamento de deslocamento quadrático. Cada nó apresenta três graus de liberdade, isto é, podem transladar nas direções x, y e z (ANSYS, 2022).

4.2 Modelagem do aço

O modelo constitutivo escolhido para a representação do aço foi o BISO (*Bilinear Isotropic Hardening*). Para o uso desse modelo deve-se estabelecer alguns critérios, como os parâmetros do modelo linear isotrópico, módulo de elasticidade tangente (E_T), tensão de escoamento inicial (σ_0) ou tensão de escoamento (σ_y) caso $E_T=0$. Diante disso, é possível obter o valor da tensão no início do patamar de escoamento, bem como a sua inclinação (CERON, 2021).

O elemento finito selecionado para representar o aço no *script* foi o REINF264. Para a representação das armaduras, esse elemento necessita de um elemento base, podendo ser elementos de viga, sólidos e de casca. Quanto às coordenadas nodais, graus de liberdade e às conectividades do elemento, esses dados são iguais aos do elemento base (plano ou barra). O elemento REINF264 foi escolhido para compor o *script* por se tratar de um elemento incorporado, permitindo que as barras de aço ocupem posições arbitrárias dentro do elemento que representa o concreto. Ademais, trata-se de um elemento que admite aderência perfeita entre o aço e o concreto (RACHINHAS, 2020). Por fim, utilizou-se o elemento MESH200, apenas para aplicação do *Mesh-independent Model*, isto é, um modelo incorporado, o qual não há necessidade de nós coincidentes entre o aço e o concreto (CERON, 2021).

5 Questões Construtivas

As aberturas na alma das vigas possuem geralmente formato circular ou retangular para a passagem de tubulações dos projetos complementares. Usualmente, nas obras utiliza-se um cano de PVC, de tamanhos variados, para formar a abertura circular. Todavia, utiliza-se madeira para montar as aberturas retangulares no formato requerido pelo projeto, formando uma caixa. A abertura, circular e retangular, é conformada ao encaixar o cano de PVC ou a caixa entre as formas laterais de uma viga. No cotidiano de uma obra é comum observar, principalmente em aberturas circulares, que se tenha dificuldade em amarrar corretamente o cano e as armaduras longitudinais que ficam suspensas na seção superior e inferior junto ao cano (figura 3). Assim, o cano e as armaduras de reforço da abertura tendem a não se manterem estáveis. Tal fato é agravado durante a concretagem, devido à pressão da chegada do concreto e posterior vibração desse. Além disso, observa-se frequentemente o inadequado posicionamento das armaduras de reforço, deixando-as afastadas do cano.



Figura 3 – Posicionamento das armaduras de reforço junto a abertura (COGO, 2022)

6 Método Analítico

A viga com abertura na alma foi selecionada de um projeto estrutural real estudada por Cardoso (2010), sendo feitas algumas adaptações no elemento para a presente pesquisa. O elemento dimensionado trata-se de uma viga de concreto armado bi-apoiada com seção transversal retangular com dimensões de 20 cm de largura por 50 cm de altura e com vão teórico de 5,0 m. A viga possui

uma abertura destinada à passagem de tubulações hidráulicas, cuja seção é retangular, de 40 cm de largura por 20 cm de altura. A abertura tem seu eixo vertical posicionado à 50 cm do apoio A e tem sua face inferior localizada à 13 cm do fundo da viga (figura 4).



Figura 4 – Geometria da viga (COGO, 2022)

A resistência característica do concreto (f_{ck}) empregada foi de 25 MPa. O cobrimento adotado em projeto foi de 2,0 cm, todavia alterou-se para 2,5 cm para atender o cobrimento mínimo exigido para vigas de concreto armado na tabela 7.2 da NBR 6118/2014. O carregamento da viga é uniformemente distribuído com um valor total (q_{tot}) de 18,6 kN/m. A fim de avaliar o elemento no seu Estado Limite Último (ELU), o carregamento foi majorado por 1,4, resultando em um valor de 26,04 kN/m.

Inicialmente, a viga foi calculada como se não possuísse abertura na seção, conforme é proposto pelos autores Leonhardt e Mönning (1978) e Süssekind (1985). Dispondo dos esforços de cálculo, $M_{max} = 81,34$ kN.m e $Q_{max} = 65,10$ kN, e dos dados da viga, realizou-se o dimensionamento da viga submetida à flexão simples e ao cisalhamento. Quanto à flexão, trata-se de um caso de armadura simples, na qual a área de armadura necessária é de 4,34 cm², detalhadas por 4 barras de 12,5 mm de diâmetro. Quanto ao cisalhamento, adotou-se armadura mínima, detalhada por barras de 6,3 mm de diâmetro a cada 25 cm. A partir do cálculo e do detalhamento da seção cheia da viga pode-se realizar o dimensionamento considerando a descontinuidade da seção. Ainda, deve-se conhecer o valor do momento fletor e do cortante no eixo da abertura, 52,08 kN e 29,30 kN.m, respectivamente.

Para dar sequência ao dimensionamento, por ambos os métodos, deve-se encontrar os esforços de cálculo. Para isso intercepta-se a viga por um plano vertical no eixo da abertura, obtendo assim duas seções submetidas a esforços diferentes. A seção superior S1-S1, com dimensões de 20 cm de largura e 17 cm de altura, está submetida à flexo-compressão. Já a seção inferior S2-S2, com dimensões de 20 cm de largura e 13 cm de altura, está submetida à flexo-tração.

O primeiro método utilizado para dimensionar a viga foi o de Leonhardt e Mönning (1978). Para isso, foram encontrados o esforço normal, cortante e momento fletor, nos banzos superior e inferior, através do modelo de obtenção de esforços dos autores. Para o cálculo do cortante, considerou-se que o banzo superior e inferior absorve 85% e 15% do esforço cortante no eixo da abertura, respectivamente. O esforço normal de compressão e de tração estão posicionados no eixo de cada seção, distanciados 35 cm um do outro (figura 5). Os esforços obtidos constam na tabela 1.

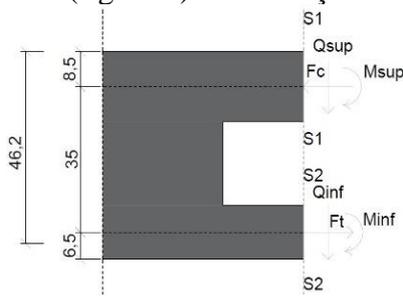


Figura 5 – Esforços obtidos pelo método de Leonhardt e Mönning (1978) (COGO, 2022)

Em seguida, fez-se o dimensionamento da viga pelo método de Süssekind (1985), para isso foram encontrados o esforço normal, cortante e momento fletor, nos banzos superior e inferior, através do modelo de obtenção de esforços do autor. Antes de iniciar o dimensionamento deve-se verificar em qual região da viga a abertura está interceptando. Para isso, calcula-se a linha neutra da seção estudada e a compara com o início da abertura. O valor da linha neutra da seção é de 2,67 cm e a face superior da abertura está localizada a 17 cm da face superior da viga. Portanto a abertura intercepta a região tracionada da viga e o cálculo pode prosseguir. Para o cálculo do esforço cortante considerou-se que o banzo superior absorve todo o esforço cortante do eixo da abertura e o banzo inferior absorve 10%

por resguardo. Ressalta-se que o posicionamento da força normal pelo método de Süsseskind (1985) e de Leonhardt e Mönnig (1978) é diferente, resultando em uma diferença no momento fletor de cada seção. A força normal na seção superior é aplicada a $0,4x$ do bordo mais comprimido, sendo x o valor da linha neutra da seção. Já a força normal na seção inferior é aplicada ao nível da armadura de flexão tracionada. Assim, o momento fletor é resultante da parcela do cortante que gera o momento, análogo ao Leonhardt e Mönnig (1978), somado a parcela de momento gerada pelo deslocamento da força normal até o centro da seção (figura 6). Os esforços obtidos constam na tabela 1.

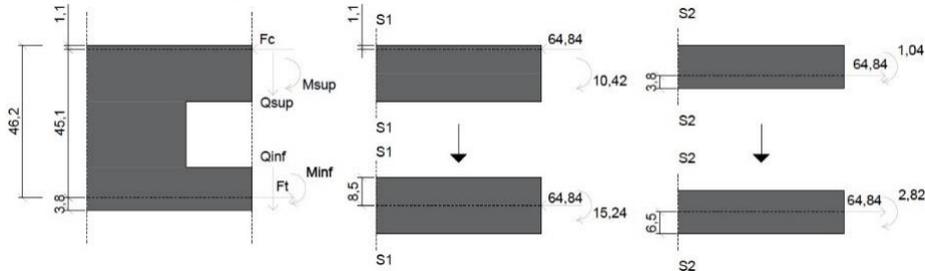


Figura 6 – Esforços obtidos pelo método de Süsseskind (1985) (COGO, 2022)

Com base no esforço normal e no momento fletor encontrados, as seções superior e inferior foram dimensionadas por flexo-compressão assimétrica e por flexo-tração assimétrica, respectivamente. Além disso, com base nos esforços cortantes encontrados, as seções foram dimensionadas para resistir ao cisalhamento. Vale lembrar que o banzo superior é comprimido e o inferior é tracionado quando a viga é bi-apoiada. Em vigas contínuas deve-se analisar a sollicitação em cada banzo.

Tabela 1 - Comparativo de esforços obtidos pelos métodos analíticos

Esforço	Leonhardt e Mönnig (1978)	Süsseskind (1985)
Normal superior (N_{sup})	83,70 kN	64,84 kN
Cortante superior (Q_{sup})	44,27 kN	52,08 kN
Momento fletor superior (M_{sup})	8,85 kN.m	15,24 kN.m
Normal inferior (N_{inf})	83,70 kN	64,84 kN
Cortante inferior (Q_{inf})	7,81 kN	5,21 kN
Momento fletor inferior (M_{inf})	1,56 kN.m	2,82 kN.m

Com base nos esforços obtidos, as seções superior e inferior da viga foram dimensionadas pelos métodos analíticos. A diferença dos esforços entre os métodos resultou em uma diferença de área de aço calculada e detalhada. A seção superior, em ambos os métodos, encontra-se no caso de flexo-compressão de grande excentricidade, sendo o método de Süsseskind (1985) o que apresentou maior área de aço necessária para resistir aos esforços. A seção inferior encontra-se no caso de flexo-tração com pequena excentricidade pelo método de Leonhardt e Mönnig (1978) e de flexo-tração com grande excentricidade pelo método de Süsseskind (1985). A figura 7 e a tabela 2 apresentam um esquema de detalhamento das armaduras e as áreas de aço obtidas nos dimensionamentos.

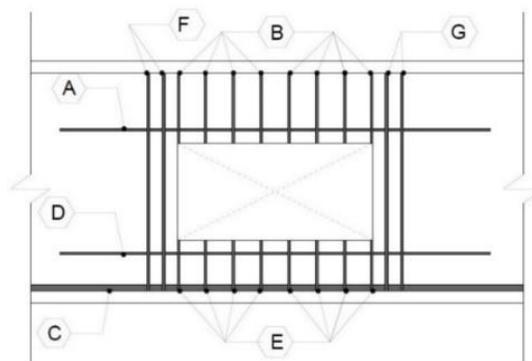


Figura 7 – Detalhamento esquemático das armaduras (COGO, 2022)

Tabela 2 - Comparativo das áreas de aço da viga obtida pelos métodos analíticos

Armadura (Posição)	Leonhardt e Mönning (1978)			Süssekind (1985)		
	Área calc.	Área adot.	Nº barras e bitola	Área calc.	Área adot.	Nº barras e bitola
$A_{s1,tração}$ (A)	0,63 cm ²	0,63 cm ²	2Ø6,3mm	2,47 cm ²	2,50 cm ²	5Ø8,0mm
$A_{sw,superior}$ (B)	4,33 cm ² /m	4,44 cm ² /m	Ø5,0 mm c/ 8 cm	5,85 cm ² /m	6,67 cm ² /m	Ø5,0 mm c/ 6 cm
$A_{s1,tração}$ (C)	1,59 cm ²	4,92 cm ²	4Ø12,5 mm	1,73 cm ²	4,92 cm ²	4Ø12,5 mm
$A_{s2,comp.}$ (D)	0,34 cm ²	0,40 cm ²	2Ø5,0mm	-	0,40 cm ²	2Ø5,0mm
$A_{sw,inferior}$ (E)	2,05 cm ² /m	6,67 cm ² /m	Ø5,0 mm c/ 6 cm	2,05 cm ² /m	6,67 cm ² /m	Ø5,0 mm c/ 6 cm
$A_{sw,s direita}$ (F)	0,96 cm ²	1,25 cm ²	2 estribos Ø 6,3mm	0,96 cm ²	1,25 cm ²	2 estribos Ø 6,3mm
$A_{sw,s esquerda}$ (G)	0,96 cm ²	1,25 cm ²	2 estribos Ø 6,3mm	0,96 cm ²	1,25 cm ²	2 estribos Ø 6,3mm

Na seção inferior, adotou-se a área de aço da armadura longitudinal inferior da seção cheia como a área de aço da armadura de reforço longitudinal (posição C), pois a área calculada para essa armadura foi menor que a da seção cheia e encontram-se na mesma posição. No dimensionamento pelo método de Süssekind (1985), não seria necessário a armadura de reforço longitudinal na seção inferior (posição D), então adotou-se a armadura mínima. A área de aço calculada para a armadura transversal de reforço foi a mínima na seção inferior para os dois métodos. Porém, adotou-se uma área de aço maior pois o espaçamento máximo calculado é de 6 cm. A armadura de suspensão é igual em ambos os métodos. A armadura de montagem não foi modelada, visto que não apresenta função estrutural.

7 Método numérico

Após o dimensionamento da viga pelos métodos analíticos realizou-se a modelagem numérica das vigas através do *software* ANSYS *Student* versão 22.1. Ainda, foi modelada a viga com abertura e sem reforço e a viga com seção cheia, para análise e comparativos.

A viga não apresenta simetria longitudinalmente, por isso foi lançada com os 5 m de vão. Já a sua seção transversal apresenta simetria e por isso foi lançada metade da seção transversal, diminuindo assim o esforço computacional. Em virtude da viga ter a sua seção transversal modelada pela metade, foi necessário aplicar a restrição no plano de simetria, além da restrição dos apoios. A viga está apoiada em duas placas cujo material adotado se assemelha às propriedades do aço. O tamanho máximo da malha de elementos finitos da viga é a mesma da placa e das armaduras e tem o valor de 10 cm. A soma dos elementos SOLID 185, SOLID 186 e REINF 264 nas vigas com reforço, sem reforço e seção cheia resultam em um total de 534, 486 e 494 elementos, respectivamente. O carregamento foi aplicado em uma etapa, subdivida em 100 incrementos de carga.

A utilização do modelo DP-CONCRETE depende da definição do módulo de elasticidade, sendo esse calculado pela equação 8, retirada do Código Modelo fib (2010). O valor de E_{c0} é de 21500 MPa e o valor de α_E adotado foi igual a 1, considerando que esse dado depende do tipo de agregado e o escolhido é o quartzo. O valor de f_{cm} é obtido pela soma do f_{ck} mais 8 MPa, sendo o f_{cd} minorado por 1,4. Para os parâmetros do aço, a tensão de escoamento foi minorada por 1,15.

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E f_{cm}^{1/3} \quad (\text{equação 8})$$

8 Análise e resultados

A análise das vigas modeladas numericamente consistiu predominantemente na verificação das tensões no aço. Isto é, ao final do carregamento constataram-se as máximas tensões de compressão e de tração nas armaduras das vigas, compiladas na tabela 3. Em todas as vigas, a armadura longitudinal inferior encontra-se mais tracionada no centro do vão (sem atingir a tensão resistente do material) e os estribos praticamente não estão sendo solicitados, apresentando tensões próximas a zero. Esse comportamento mostra-se coerente com o cálculo analítico, no qual foi calculado armadura mínima para a armadura transversal da seção cheia. Todavia, na viga sem reforço o primeiro estribo ao lado de cada face da abertura possui tensões de tração elevadas, próximas à 34,2 kN/cm², na região das

arestas A1 e A4 (figura 8). Nas vigas com reforço esses estribos encontram-se com tensões praticamente nulas, devido a presença das armaduras de suspensão.

Tabela 3 - Comparativo de tensões no aço ao final do carregamento

Armadura (Posição)	Seção Cheia	Sem reforço	Leonhardt e Mönnig (1978)		Süssekind (1985)	
	$\sigma_{Tração}$	$\sigma_{Tração}$	$\sigma_{Tração}$	$\sigma_{Comp.}$	$\sigma_{Tração}$	$\sigma_{Comp.}$
$A_{s1,tração}$ (A)	-	-	44,70		24,44	
$A_{sw,sup.}$ (A3)(B)	-	-		-1,04		-1,28
$A_{sw,sup.}$ (A4)(B)	-	-	16,78		15,14	
$A_{s1,tração}$ (C)	34,98	35,98	35,40		35,30	
$A_{s2,comp.}$ (D)	-	-	44,18		43,94	
$A_{sw,inf.}$ (A1) (E)	-	-	16,08		10,85	
$A_{sw,inf.}$ (A2) (E)	-	-		-1,91		-1,46
$A_{sw,s}$ direita (F)	-	-		-1,67		-1,44
$A_{sw,s}$ esquerda (G)	-	-	32,29		32,77	

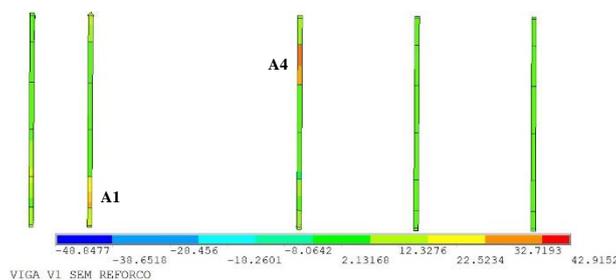


Figura 8 – Tensões de tração no primeiro estribo antes e depois da abertura na viga sem reforço (COGO, 2022)

Na viga de Leonhardt e Mönnig a armadura de reforço longitudinal superior entra em escoamento na região acima da aresta A4 (figura 9a). Já na viga de Süssekind, as armaduras de reforço superiores não entram em escoamento, mas encontram-se mais tracionadas na região acima da aresta A4 (figura 9b). Para as vigas com reforço são feitas as seguintes análises das armaduras de reforço: o estribo de reforço superior acima da aresta A4 é o mais tracionado e em cima da aresta A3 é o mais comprimido (figura 10a e 10b); o estribo de reforço inferior abaixo da aresta A1 encontra-se mais tracionado, enquanto o abaixo da aresta A2 mais comprimido (figura 11a e 11b); o reforço longitudinal inferior entrou em escoamento na região da aresta A1 (figura 12a e 12b); as armaduras de suspensão mais próximas ao apoio B apresentam pontos de tração preponderantes (figura 13a e 13b). Ademais, observou-se ao longo do incremento de carga que os estribos superiores foram mais solicitados que os inferiores nos dois métodos, o que reforça as considerações dos autores sobre o esforço cortante.

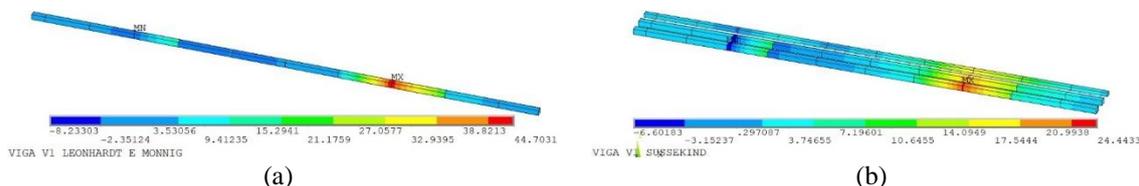


Figura 9 – Tensões na armadura de reforço longitudinal superior (kN/cm²): a) na viga de Leonhardt e Mönnig; b) na viga de Süssekind (COGO, 2022)

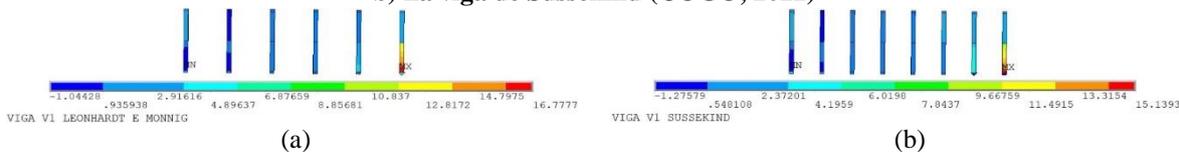


Figura 10 – Tensões nos estribos de reforço superior (kN/cm²): a) na viga de Leonhardt e Mönnig; b) na viga de Süssekind (COGO, 2022)

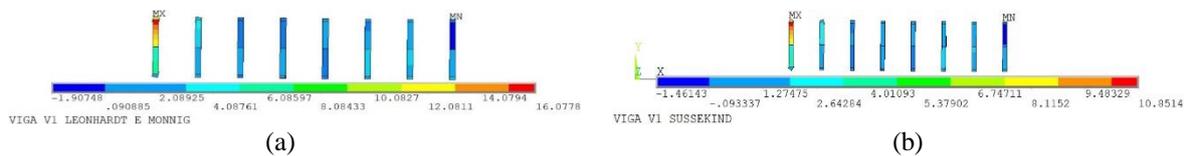


Figura 11 – Tensões nos estribos de reforço inferior (kN/cm²): a) na viga de Leonhardt e Mönning; b) na viga de Süssekind (COGO, 2022)



Figura 12 – Tensões nas armaduras de reforço longitudinal inferior (kN/cm²): a) na viga de Leonhardt e Mönning e b) na viga de Süssekind (COGO, 2022)

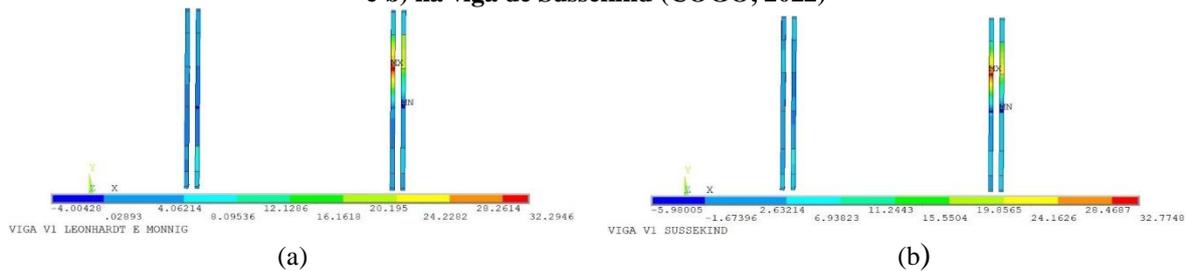


Figura 13 – Tensões nas armaduras de suspensão (kN/cm²): a) na viga de Leonhardt e Mönning e b) na viga de Süssekind (COGO, 2022)

A armadura de reforço longitudinal inferior superou a resistência do material nas vigas com reforço para ambos os métodos, já a superior escoou apenas na viga dimensionada por Leonhardt e Mönning. Na tabela 4 constam as cargas em que o escoamento ocorreu para cada armadura. A armadura longitudinal inferior escoou com uma carga 4,34% menor pelo método de Leonhardt e Mönning. Visto que a viga de Süssekind possui uma maior área de aço na seção superior do que a viga de Leonhardt e Mönning, ocorreu uma melhor distribuição das tensões entre as armaduras de reforço de forma a não atingir a resistência do material. Ainda que as vigas com reforço tenham atingido a tensão resistente do aço, essas se mantiveram estáveis ao final do carregamento, bem como o restante das vigas

Tabela 4 - Comparativo de carga em que as armaduras atingiram a tensão resistente do aço

Armadura	Leonhardt e Mönning (1978)	Süssekind (1985)
$A_{s1,tração}$	123,31 kN	-
$A_{s2,compressão}$	85,92 kN	89,82 kN

Por fim, fez-se uma análise das tensões nas armaduras ao alterar a posição das armaduras longitudinais de reforço, de modo a simular uma falha construtiva observada em obra. Essas armaduras tiveram o seu eixo posicionado a uma altura de duas vezes o cobrimento. As armaduras que apresentaram uma maior mudança nas tensões foram os estribos de reforço superiores em ambos os métodos, conforme é visto na tabela 5. Em ambos os métodos, o estribo superior na situação construtiva encontrou-se 88,68% e 47,75% mais tracionado que a situação de projeto.

Tabela 5 - Comparativo de tensões de tração nos estribos superiores ao final do carregamento

Armadura (Posição)	Leonhardt e Mönning (1978)		Süssekind (1985)	
	Projeto	Constru.	Projeto	Constru.
$A_{sw,sup.}$ (B)	16,78 kN/cm ²	31,66 kN/cm ²	15,14 kN/cm ²	22,37 kN/cm ²

Salienta-se que as análises e os resultados que constam no presente artigo são apresentados integralmente no trabalho realizado por Cogo (2022).

9 Conclusões

Este trabalho teve como objetivo avaliar o comportamento de uma viga real com abertura na alma no ELU com ênfase nas armaduras através de uma análise comparativa entre o método de Leonhardt e Mönnig (1978) e de Süssekind (1985) com o método numérico através do *software* ANSYS.

Os métodos analíticos apresentam diferenças quanto ao modelo de obtenção de esforços, resultando em uma diferença significativa no dimensionamento. O cálculo de flexo-tração da seção inferior da abertura foi classificado como grande excentricidade e pequena excentricidade no método de Leonhardt e Mönnig (1978) e no de Süssekind (1985), respectivamente. O método de Süssekind (1985) apresentou uma área de aço 29,10% maior que a de Leonhardt e Mönnig (1978). Dessa forma, as armaduras na viga de Süssekind encontram-se menos solicitadas, principalmente a armadura de reforço longitudinal superior que na viga de Leonhardt e Mönnig escoou, enquanto na viga de Süssekind não atingiu a resistência do material. Portanto, conclui-se que ambos os métodos de cálculo apresentam bons resultados no ELU, sendo o de Süssekind (1985) o mais conservador. Salienta-se que o custo de uma maior área de aço em construções de grande porte pode ser representativo.

Por fim, a partir da modelagem que simula uma questão construtiva na qual as armaduras de reforço longitudinal não estão posicionadas conforme o projeto, é possível concluir que tal fato solicita mais os estribos superiores. Ressalta-se, portanto, a importância de seguir o que é detalhado em projeto.

Referências

ANSYS, inc. **Element Reference (2022 R1)**, 2022.

CARDOSO, T. B. **Dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas: método empírico versus método das bielas e tirantes**. 2010. 87 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

CERON, M. V. **Desenvolvimento de um script para análise em elementos finitos de vigas de concreto através do software ANSYS**. 2021. 136 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

COGO, N. F. **Análise comparativa do dimensionamento de viga em concreto armado com abertura na alma utilizando métodos analíticos e método numérico**. 2022. 71 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

COMITÉ EURO INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIB Model Code 2010**. Bulletin N° 65, 2012.

KUNZLER, P. S. **Análise paramétrica por elementos finitos de vigas de concreto armado e protendido pré-tracionadas com abertura na alma**. 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

LAZZARI, B. M. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. Uso de armadura incorporada no ANSYS customizado para a análise de vigas em concreto armado. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, Passo Fundo, v. 15, n. 3, p. 49-65, 2018.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v. 3.

RACHINHAS, B. C. **Simulação computacional do processo construtivo da estrutura de edifício em concreto armado**. 2020. 242 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

SILVA, N. T. **Análise comparativa através do método dos elementos finitos de vigas em concreto protendido considerando seção cheia e seção com abertura na alma**. 2021. 66 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

SORIANO, H. L.; LIMA, S. S. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: EDUSP, 2003.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de concreto: concreto armado**. 2. ed. Porto Alegre – Rio de Janeiro: Globo, 1985. v.