



Desenvolvimento de uma Metodologia de Análise Eficiente para Avaliação da Resposta Estrutural Dinâmica de Pontes Rodoviárias

Ana Célia S. da Silva¹, Guilherme S. Alencar², José Guilherme S. da Silva¹

¹Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PGE CIV) / Faculdade de Engenharia (FEN) / Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) / anaceliasoares.eng@gmail.com; jgss@uerj.br

²Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Universidade de Brasília (UnB) / guilherme.alencar@unb.br

Resumo

A avaliação do comportamento estrutural dinâmico de obras de arte rodoviárias representa um tema relevante para os engenheiros de estruturas. Neste contexto, este trabalho de pesquisa apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de análise eficiente, com o objetivo de avaliar os efeitos dinâmicos oriundos da interação veículo-ponte sobre a resposta dinâmica de tabuleiros rodoviários, considerando-se o efeito das irregularidades da pista e da deterioração progressiva do pavimento. Desta forma, um programa computacional denominado de VBI (Vehicle-Bridge Interaction) foi desenvolvido visando integrar o programa de elementos finitos ANSYS e o software MATLAB em modo batch, tendo em mente que duas metodologias diferentes são utilizadas para resolução das equações de equilíbrio dinâmico do sistema. O método de superposição modal é empregado para a solução das equações de equilíbrio dinâmico da ponte, e um método de integração direta é utilizado para resolução das equações de movimento dos veículos. Do ponto de vista computacional, esta abordagem é mais eficiente, pois permite uma redução significativa no tempo de análise para resolução das equações de equilíbrio dinâmico da ponte. O projeto estrutural de uma ponte rodoviária mista (aço-concreto), simplesmente apoiada, com vão total de 40m, foi investigado para avaliação do comportamento dinâmico. Considerando-se os resultados obtidos neste trabalho de pesquisa, em termos dos valores dos deslocamentos e tensões, ressalta-se que a metodologia de análise desenvolvida tem se mostrado computacionalmente mais eficiente e capaz de fornecer respostas estruturais realistas quando comparada aos métodos de análise convencionais. Os resultados alcançados também demonstram que a qualidade do pavimento da pista de rolamento do tabuleiro possui influencia direta sobre a resposta dinâmica da ponte; e, desta maneira, indicam com clareza a relevância de se considerar o efeito da deterioração progressiva do pavimento, ao longo do tempo, quando se investiga o comportamento estrutural dinâmico de obras de arte rodoviárias.

Palavras-chave

Pontes rodoviárias; análise dinâmica de estruturas; deterioração progressiva do pavimento.

1. Introdução

Os fenômenos dinâmicos em pontes rodoviárias são geralmente originados pela passagem dos veículos devido à velocidade, que provoca forças inerciais no sistema veículo-via-estrutura. Nesse contexto, tais forças inerciais possuem tendência à amplificação caso ocorra a presença de irregularidades no pavimento.

A maneira clássica de atender aos efeitos dinâmicos consiste em multiplicar os valores obtidos da análise estática por um fator de impacto. A Norma Brasileira (NBR 7188, 2013) segue essa metodologia clássica e propõe a substituição da análise dinâmica por um coeficiente aplicado sobre as cargas estáticas, que considera apenas o comprimento do vão e o número de faixas de rolamento. No entanto, essa simplificação ignora outros fatores relevantes que têm influência no problema dinâmico, tais como a massa, o amortecimento, a rigidez dos veículos e da própria ponte, e não

reflete a realidade física do problema de maneira adequada. Diversos pesquisadores (ZHANG & CAI, 2012); (ALENCAR et al., 2018) concluíram que os efeitos devidos à interação das rodas dos veículos com a superfície irregular do pavimento podem ser muito mais importantes do que os produzidos apenas pelo movimento suave dos veículos. Assim, observa-se que, em condições de tráfego normal, algumas pontes podem atingir um nível de vibração que compromete significativamente sua vida útil.

Entretanto, trabalhos atuais (SKOGLUND & LEANDER, 2022) ainda realizam análises sem considerar a influência da interação veículo-estrutura. Com isso, deixam de verificar a amplificação dos efeitos dinâmicos produzida, que ocorre não apenas devido ao constante aumento da velocidade e da capacidade de carga dos caminhões, mas também das irregularidades do pavimento ao longo do tempo.

Portanto, a fim de se obter uma análise que reproduza mais fielmente a realidade das pontes rodoviárias, é necessário considerar não apenas o caráter dinâmico envolvido na passagem do comboio de veículos, mas também a interação veículo-estrutura. De acordo com todas as questões abordadas, este trabalho de pesquisa propõe o desenvolvimento de uma metodologia de análise dinâmica eficiente com consideração da interação veículo-estrutura para pontes rodoviárias submetidas ao tráfego de veículos sobre a superfície irregular do pavimento.

2. Metodologia Numérica de Análise da Interação Veículo-Estrutura

No que diz respeito às metodologias numéricas utilizadas em análises com interação veículo-estrutura, o problema dinâmico pode ser resolvido segundo duas abordagens distintas com relação às matrizes dos sistemas ponte e veículo: acopladas ou desacopladas. Alguns autores consideram os sistemas ponte e veículo de forma acoplada (ALMEIDA, 2006); (ALENCAR et al., 2018). Por outro lado, outros consideram os subsistemas de forma desacoplada (MAJKA & HARTNETT, 2008); (RIBEIRO, 2012). Nesta investigação, a abordagem utilizada é a de matrizes desacopladas, em que as equações de equilíbrio dinâmico da ponte e do veículo são geradas separadamente, e a compatibilização dos dois sistemas estruturais é realizada por intermédio do uso de um método iterativo. A metodologia iterativa utilizada considera a ponte e o veículo como dois subsistemas estruturais que são modelados de maneira independente. Cada uma dessas estruturas (ponte e veículo) são calculadas simultaneamente ao longo do tempo e, a cada incremento de tempo, recorre-se a um processo iterativo a fim de alcançar a compatibilização dos dois subsistemas estruturais em termos de força dinâmica de interação e de deslocamentos sob as cargas móveis.

2.1 Aplicação computacional com base em matrizes desacopladas

Nesta investigação foi utilizada uma aplicação computacional designada VBI (*Vehicle-Bridge Interaction*) com o objetivo de realizar análises dinâmicas do sistema ponte-veículo. Essa ferramenta computacional tem como base a aplicação computacional TBI (*Train-Bridge Interaction*) desenvolvido por RIBEIRO (2012) e possui aspectos alternativos no que diz respeito à geração não determinística dos perfis de irregularidade e na adoção de veículos rodoviários.

O TBI realiza análises de interação ponte-trem para pontes ferroviárias considerando a passagem de trens com a consideração de perfis de irregularidade pré-determinados como um dado de entrada do programa. No entanto, alterações introduzidas no TBI permitem a realização de análises de interação veículo-ponte para pontes rodoviárias com base na geração de um perfil de pavimento irregular segundo um modelo randômico com base na densidade espectral do pavimento e considerando a deterioração progressiva do pavimento (RIBEIRO, 2012).

No VBI, a ponte e o veículo são modelados como dois subsistemas independentes que atendem à interação dinâmica por intermédio de uma metodologia iterativa. Os modelos numéricos da ponte e do veículo são realizados no programa ANSYS (2017) e a interligação entre os programas ANSYS (2017) e MATLAB (2018) é realizada em modo batch, o que possibilita uma rápida extração de diversas informações dos modelos numéricos. Dentre elas, destacam-se a geometria, a numeração dos nós pertencentes ao trajeto das cargas e dos nós de contato e as matrizes de massa, rigidez e amortecimento de ambos os subsistemas (Figura 1).

É importante destacar que duas metodologias distintas são utilizadas na resolução das equações de equilíbrio dinâmico da ponte e do veículo: o método da sobreposição modal é utilizado para a resolução das equações de equilíbrio dinâmico da ponte, enquanto um método de integração direta é utilizado para solucionar as equações de equilíbrio dinâmico do veículo.

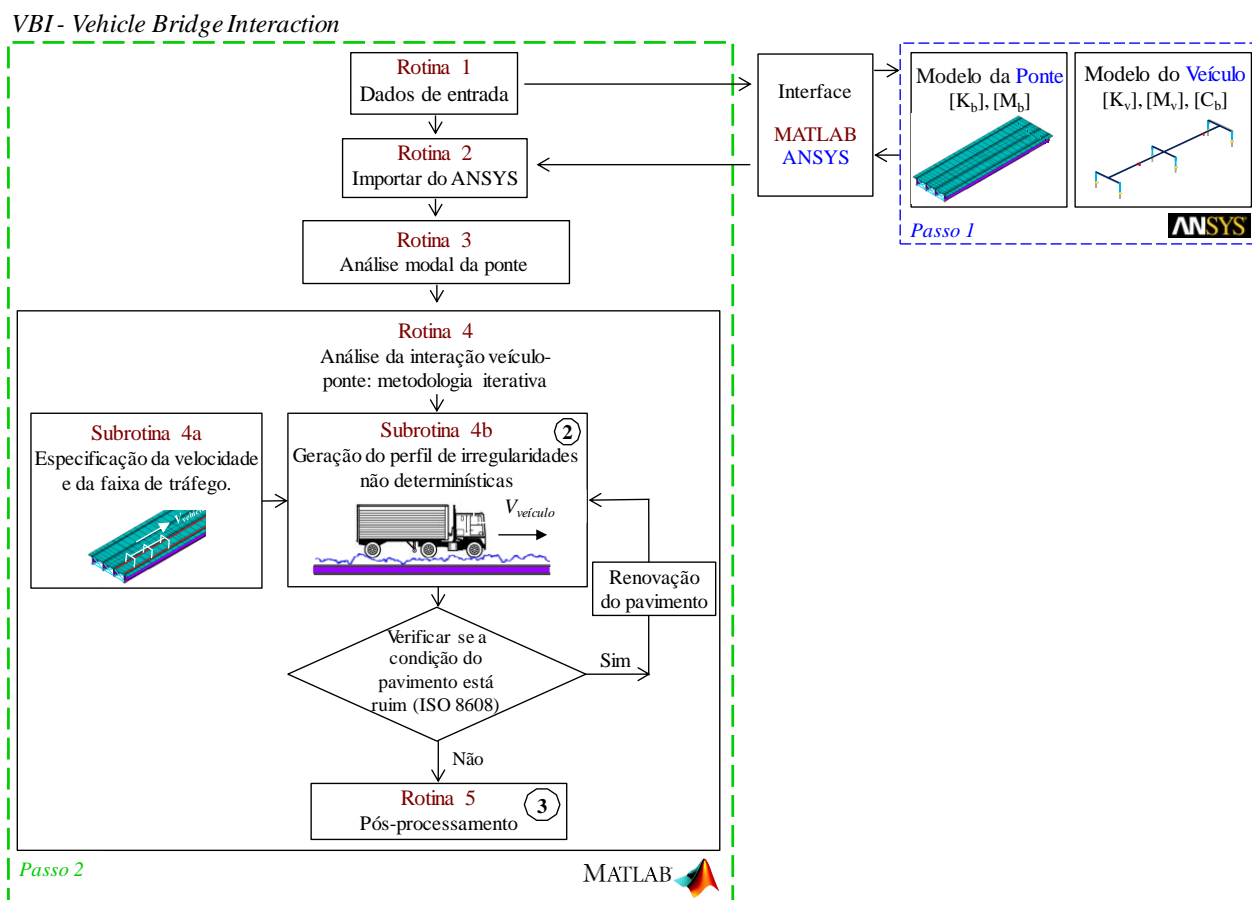


Figura 1 - Fluxograma: aplicação computacional VBI (ANSYS, 2017); (MATLAB, 2018).

Dessa forma, do ponto de vista computacional, a abordagem é mais eficiente, pois permite reduzir de maneira significativa o tempo de análise do subsistema ponte devido à utilização do método de sobreposição modal. Esse método envolve a resolução de um conjunto de equações de equilíbrio dinâmico desligadas, cada uma em correspondência com um modo de vibração da estrutura, considerando apenas a informação modal dos nós do caminho de cargas onde existem forças aplicadas. No que diz respeito ao cálculo do subsistema veículo, utiliza-se um método de integração direta, o método de Newmark, pois a presença de amortecedores localizados não permite realizar o desacoplamento das equações de equilíbrio dinâmico do veículo.

3. Modelo Estrutural-Numérico da Ponte Rodoviária Investigada

O modelo estrutural analisado corresponde a uma ponte rodoviária mista (aço-concreto) com vão de 40 m, simplesmente apoiada, de eixo reto, composta por quatro vigas metálicas longitudinais que suportam o tabuleiro de concreto. As vigas possuem espaçamento entre eixos de 3,50 m e balanços laterais com comprimento de 1,25 m, formando um tabuleiro com 13 m de largura. Estruturas de diafragmas do tipo “X”, compostas por cantoneiras de abas iguais, são utilizadas como contraventamento ao longo de todo o comprimento da ponte. A laje de concreto possui espessura de 0,225 m e o guarda-rodas de concreto tipo “New Jersey” possui 0,88 m de altura. A Figura 2 ilustra a seção transversal da estrutura, com indicação do tabuleiro, guarda-rodas, perfis metálicos e diafragma transversal.

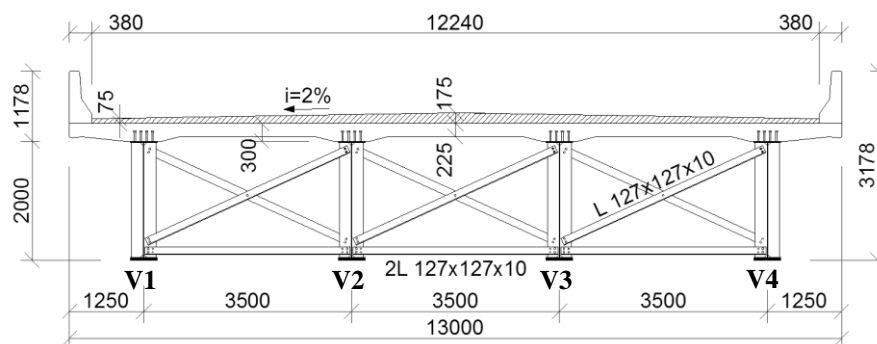


Figura 2 - Seção transversal no apoio: cotas em milímetros (ALENCAR et al., 2018).

No que diz respeito à modelagem da ponte, desenvolve-se de um modelo numérico-computacional por meio da utilização de técnicas de discretização usuais, via Método dos Elementos Finitos, com emprego do programa ANSYS (2017). O modelo desenvolvido possui um total de 17.542 nós e, aproximadamente, 105.252 graus de liberdade. O comprimento dos elementos finitos que compõem a malha da estrutura é de aproximadamente 0,50 m, totalizando 16.112 elementos. A Figura 3 indica de forma esquemática os elementos utilizados no modelo. São utilizados 4.600 elementos sólidos do tipo SOLID45 para modelagem da laje de concreto, e 10.216 elementos de casca do tipo SHELL63 para modelagem dos perfis metálicos e enrijecedores. As barras de contraventamento são modeladas a partir de 656 elementos de viga tridimensionais do tipo BEAM44 e os conectores de cisalhamento são modelados com 640 elementos do tipo COMBIN14. A Figura 4 apresenta os principais modos de vibração da estrutura.

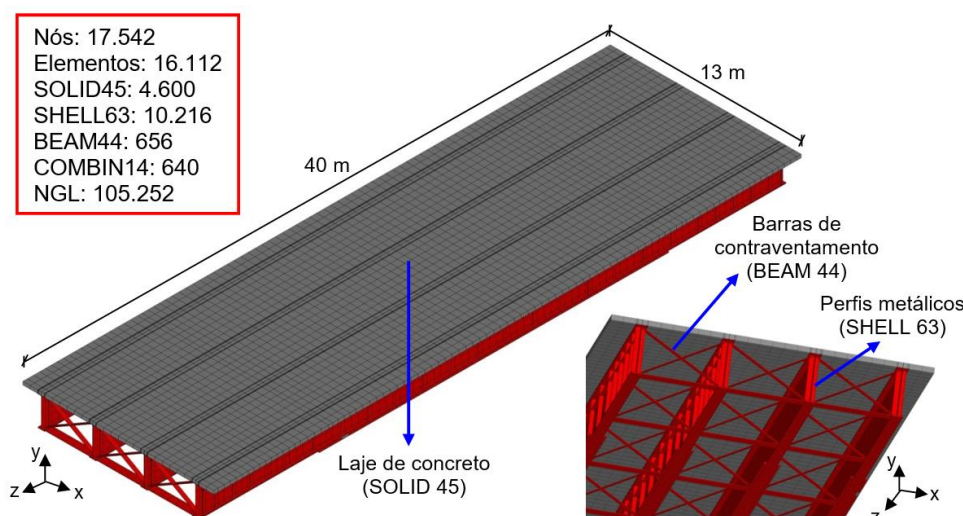


Figura 3 - Modelo em elementos finitos da ponte mista (aço-concreto) em estudo.

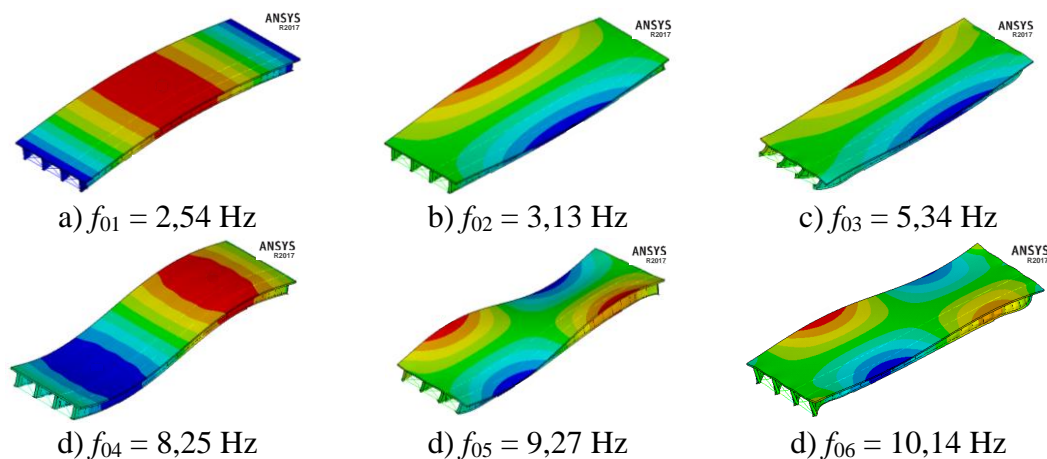


Figura 4 - Modos de vibração da ponte mista (aço-concreto) investigada.

4. Modelo das Irregularidades do Pavimento

As irregularidades do pavimento podem ser provenientes do processo construtivo ou posterior a ele. Além disso, o aparecimento das irregularidades também pode ser fruto de fatores ambientais. Nesse contexto, a combinação da água das chuvas, com as elevadas variações de temperatura e com as solicitações impostas pelo tráfego pode provocar deformações plásticas no revestimento asfáltico, e, conseqüentemente, diminuir a capacidade de suporte do pavimento.

Ao longo do tempo, diversos autores abordaram o tema relacionado às características de irregularidades de pavimento (ALMEIDA, 2006); (ZHANG et al., 2013); (ALENCAR et al., 2018). Neste trabalho de pesquisa, a distribuição do perfil irregular do pavimento é considerada segundo modelo randômico com base na densidade espectral do pavimento. No que tange à modelagem das irregularidades não determinísticas, o ponto de partida desta abordagem é a representação da função das irregularidades, $r(x)$, com base em seu espectro complexo de Fourier (DODDS & ROBSON, 1973). Deve-se, então, discretizar a função $r(x)$ para gerar um conjunto de amostras de irregularidades aproximando a distribuição das mesmas por uma série finita de harmônicos, conforme a Equação (1).

$$r(x) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2 \cdot \Delta\Omega \cdot G_d(\Omega_i)} \cdot \cos(2\pi \cdot \Omega_i \cdot x + \theta_i) \quad (1)$$

Onde: $\Delta\Omega$ é o intervalo de discretização; $G_d(\Omega_i)$ é a densidade espectral das irregularidades (cm^3/ciclo); Ω_i é a frequência do harmônico i (ciclo/m); e θ_i representa o ângulo de fase do harmônico i distribuído na faixa de 0 à 2π .

A densidade espectral das irregularidades, $G_d(\Omega_i)$, é definida de acordo com a Equação (2):

$$G_d(\Omega_i) = G_d(\Omega_0)_t \cdot \left[\frac{\Omega_i}{\Omega_0} \right]^{-2} \quad (2)$$

Onde: $G_d(\Omega_0)_t$ é o coeficiente de rugosidade, também denominado como RRC (cm^3/ciclo); Ω_0 é a frequência de descontinuidade de $1/2\pi$ (igual a 1 rad/m) e Ω_i é a frequência espacial do pavimento do harmônico i (ciclos/m).

O coeficiente $G_d(\Omega_0)_t$ é calculado de acordo com a Equação (3) que correlaciona o coeficiente de rugosidade RRC ao índice de rugosidade IRI (ZHANG et al., 2013).

$$\text{RRC}_t = \Phi(\Omega_0)_t = 6,1972 \cdot 10^{-9} \cdot \exp[\text{IRI}_t / 0,42808] + 2 \cdot 10^{-6} \quad (3)$$

Onde: IRI_t representa o índice de rugosidade, calculado pela Equação (4) (PATERSON & ATTOH-OKINE, 1992).

$$\text{IRI}_t = 1,04e^{\eta t} \text{IRI}_0 + 263 (1 + \text{SNC})^{-5} (\text{CESAL})_t \quad (4)$$

Onde: IRI_0 é o valor inicial da rugosidade igual a $0,90 \text{ m/km}$ (ALENCAR et al., 2018); t é o tempo em anos; η é o coeficiente ambiental adotado igual a $0,1$; SNC é o parâmetro estrutural adotado igual a 4 ; $(\text{CESAL})_t$ é o valor estimado do número de tráfego em termos carga de eixo padrão equivalente (ESAL), no tempo t em milhões, calculado pela Equação (5).

$$(\text{CESAL})_t = f_d n_{tr}(t) F_{Ei} 10^{-6} \quad (5)$$

Onde: f_d é o percentual de utilização do tráfego na faixa; $n_{tr}(t)$ é a estimativa de tráfego acumulado para o ano t ; F_{Ei} é o fator de equivalência de carga (AASHTO, 1993).

5. Modelo Numérico do Veículo

O modelo numérico do veículo utilizado é composto por um sistema com duas massas suspensas ao longo da viga principal, que representam o bloco dianteiro principal e o bloco traseiro (carroceria), e três massas secundárias, que representam os eixos do veículo. O modelo do caminhão padrão HL-93 (AASHTO, 2014) foi desenvolvido com base na utilização o programa de elementos finitos ANSYS (2017) e possui 12 graus de liberdade, sendo 5 de translação e 7 de rotação. O espaçamento entre eixos do veículo foi considerado igual a $4,3 \text{ m}$ e, no que diz respeito às cargas por eixo, adotou-se 35 kN para o eixo frontal e 145 kN para os eixos intermediário e traseiro. Considerou-se a distância transversal entre os pneus como sendo igual a $2,2 \text{ m}$, conforme ilustrado na Figura 5.

A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas do modelo numérico desenvolvido para o veículo padrão HL-93, as quais foram coletadas a partir das pesquisas desenvolvidas pelos autores DENG & CAI (2010) e MONTENEGRO et al. (2021). A Figura 6 apresenta os principais modos de vibração do veículo investigado.

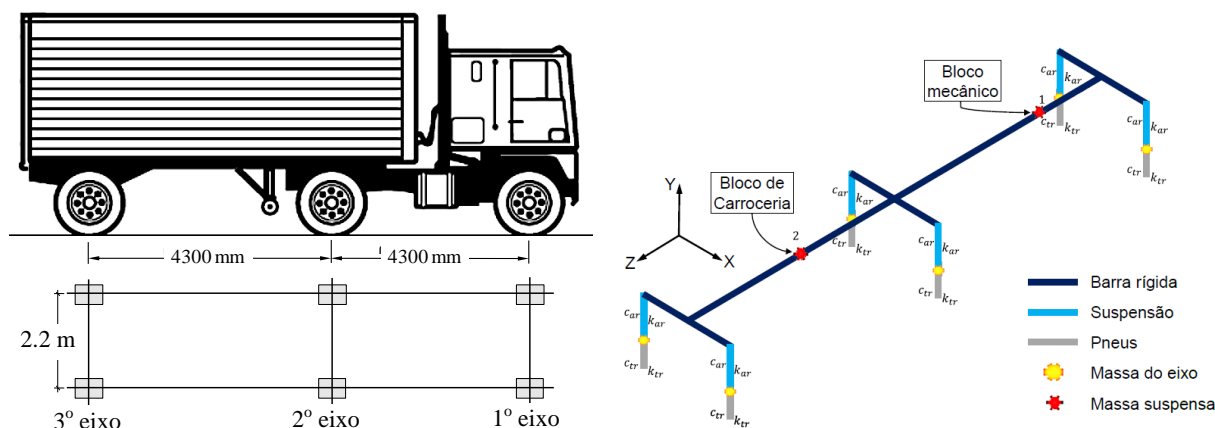


Figura 5 - Veículo modelo HL-93.

Tabela 1 - Propriedades mecânicas do veículo modelo HL-93.

Propriedades*	1º eixo	2º eixo	3º eixo
Massa não suspensa (kg)	490	808	653
Suspensão do eixo (N/m)	242.604	1.903.172	1.969.034
Amortecimento do eixo (N.s/m)	2190	7.882	7.182
Rigidez dos pneus (N/m)	875.082	3.503	3.507.429
Amortecimento dos pneus (N.s/m)	2.000	2.000	2.000
Massa suspensa dianteira (kg)		2.612	
Massa suspensa traseira (kg)		28.077	

*Referência: (DENG & CAI, 2010); (MONTENEGRO et al., 2021).

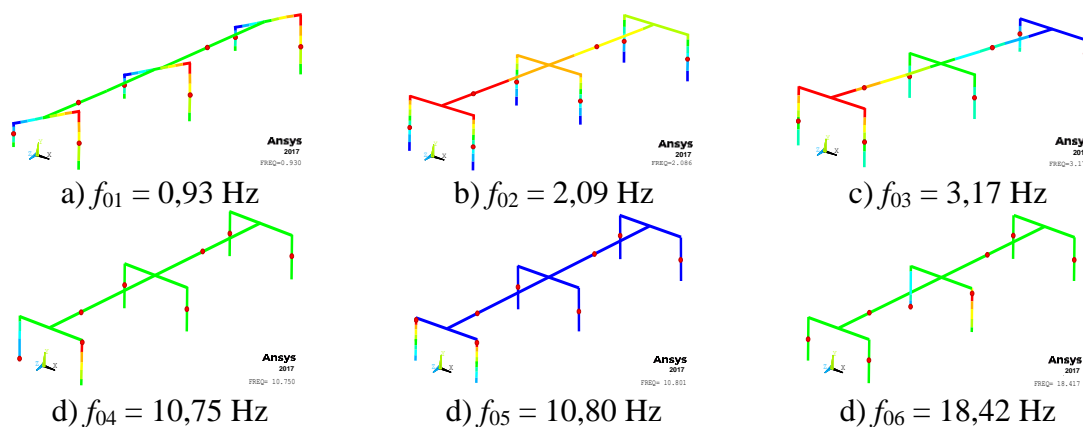


Figura 6 - Modos de vibração do veículo modelo HL-93.

6. Análise e Discussão dos Resultados

Após a caracterização da metodologia de análise dinâmica com interação veículo-estrutura e do modelo em elementos finitos da ponte e do veículo, realizaram-se as comparações dos resultados, tendo em contas as seguintes variáveis: i) análise quasi-estática x análise dinâmica com interação veículo-estrutura para pavimento excelente e ii) análise dinâmica com interação veículo-estrutura para diferentes irregularidades do pavimento (condição excelente e ruim).

6.1 Análise quase-estática x análise dinâmica com interação veículo-estrutura

Inicialmente, cabe destacar que a análise quase-estática foi realizada aplicando-se a forma clássica (NBR 7188, 2013) para atender aos efeitos dinâmicos, que consiste em majorar os valores das cargas móveis por um coeficiente de impacto (CI). Sendo assim, o coeficiente de impacto vertical (CIV) foi calculado com base na Equação (6), utilizada para vãos entre 10 a 200 m, que resultou em $CIV = 1,237$. O coeficiente do número de faixas do tabuleiro (CNF) foi calculado com base na Equação (7) tendo em conta o número de faixas de tráfego rodoviário a serem carregadas sobre o tabuleiro, que resultou em $CNF = 0,95$. Portanto, realizando o produto entre CIV com CNF (NBR 7188, 2013), obteve-se $CI = 1,175$.

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot [20 / (L_{iv} + 50)] \quad (6)$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (7)$$

Onde: L_{iv} representa o vão teórico da ponte, igual a 39,40 m e n é número de faixas de tráfego.

A Figura 7 apresenta as respostas em termos de valores máximos dos deslocamentos no decorrer do tempo considerando a passagem do veículo padrão de fadiga HL-93 na viga lateral da ponte rodoviária, considerando condições de pavimento excelente. As respostas quase-estáticas e dinâmicas foram avaliadas em termos dos deslocamentos translacionais verticais no centro (1/2 do vão) e a 1/4 do vão do tabuleiro e da viga V4, por serem as regiões mais críticas da ponte.

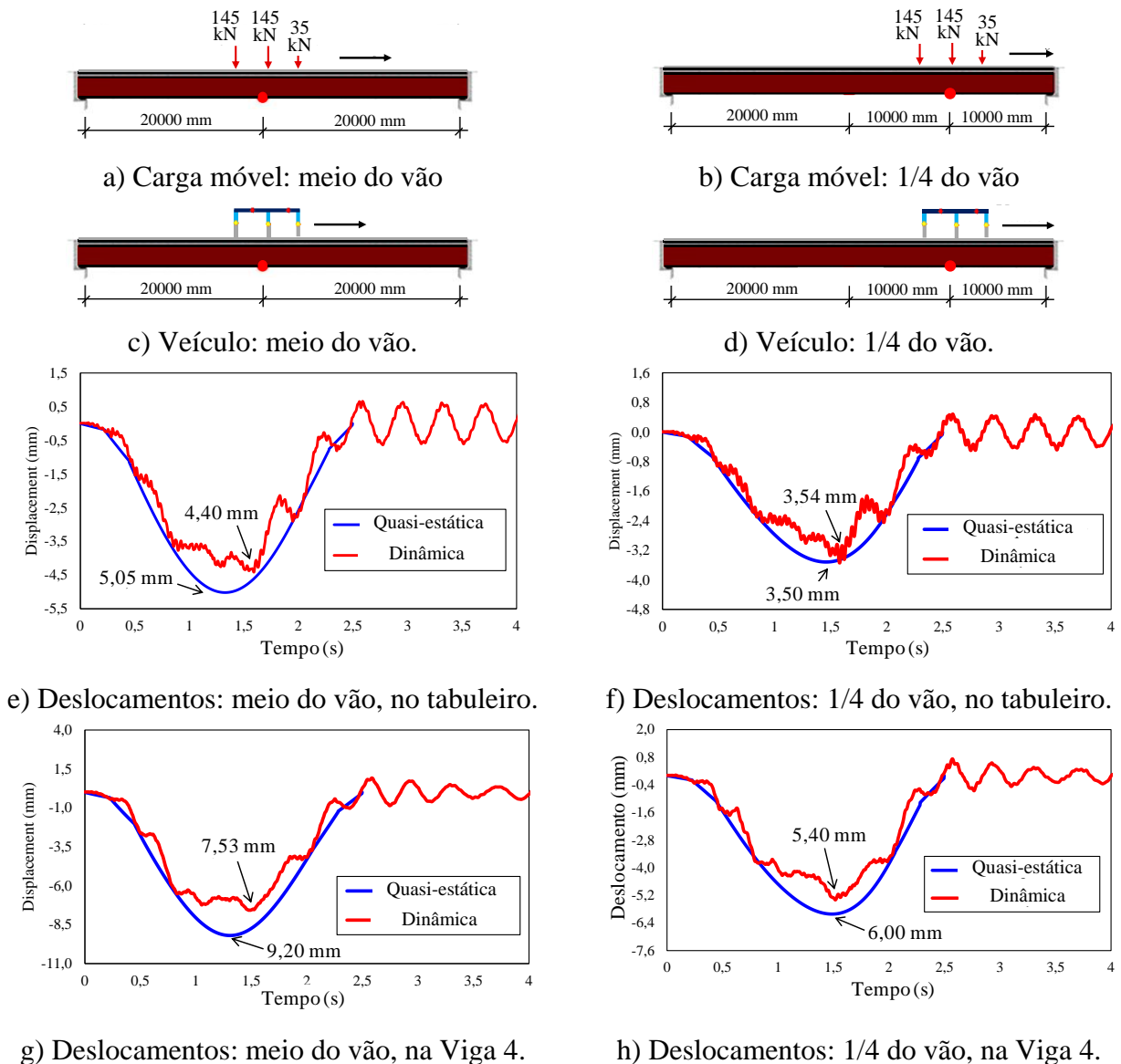


Figura 7 - Análise quase-estática x análise dinâmica: deslocamentos translacionais verticais.

Cabe destacar que por meio da comparação entre as respostas obtidas via análise quasi-estática e via análise dinâmica, foi verificada uma diferença percentual da ordem de 5%, validando assim a metodologia adotada com base coerência, via na análise quantitativa e qualitativa dos resultados.

6.2 Análise dinâmica com interação veículo-estrutura: pavimento excelente x pavimento ruim

Conforme abordado anteriormente, são apresentados no presente item os resultados das comparações do comportamento dinâmico com interação veículo-estrutura, em termos de deslocamentos, considerando a passagem do veículo HL-93 a uma velocidade de 50 m/s para condição de pavimento excelente e ruim (Figura 8).

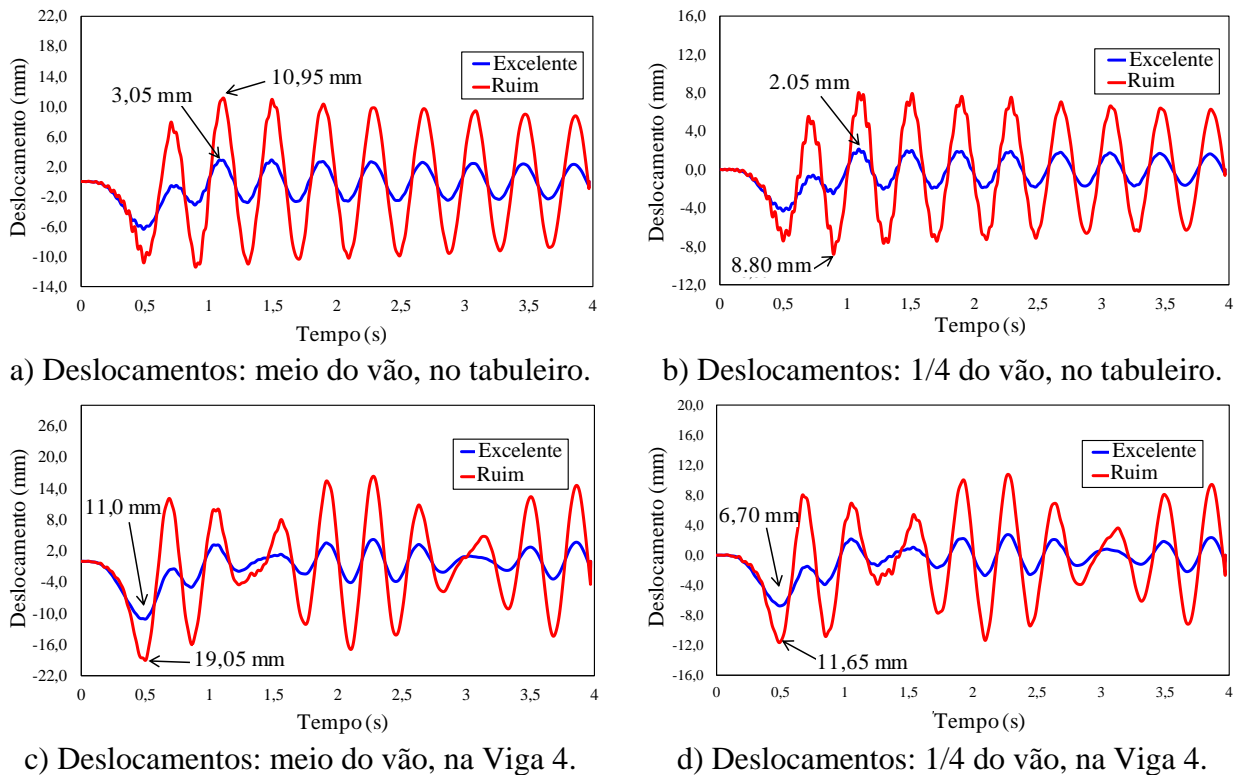


Figura 8 - Pavimento excelente x pavimento ruim: deslocamentos translacionais verticais.

Com base nos gráficos apresentados na Figura 8, observa-se que a diferença quantitativa entre os resultados obtidos por meio das duas condições de pavimento utilizadas (excelente e ruim) é elevada, com um máximo de diferença percentual de 76,70%, referente ao deslocamento a 1/4 do vão no tabuleiro, Figura 8(b). Desta maneira, fica evidenciada a importância da consideração da interação veículo-estrutura e da condição deteriorada do pavimento ao longo do tempo.

7. Conclusões

Esta investigação tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma metodologia de análise eficiente para avaliação da resposta estrutural dinâmica de pontes rodoviárias. Dentro deste contexto, a pesquisa concentra-se no aperfeiçoamento de uma ferramenta computacional com a finalidade de melhorar a compreensão do efeito da interação veículo-estrutura, sobretudo para as solicitações dinâmicas impostas pelo tráfego de veículos sobre a superfície irregular do tabuleiro de pontes rodoviárias.

A comparação entre os resultados obtidos via análises quasi-estáticas e análises dinâmicas com interação demonstrou que os valores obtidos através da análise dinâmica são consistentes, tendo em mente a proximidade das respostas. Concluiu-se que os resultados (análises quasi-estáticas e análises dinâmicas com interação) foram muito semelhantes com uma diferença percentual da ordem de 5% para os valores dos deslocamentos translacionais verticais (meio vão e a 1/4 do vão).

Com base na comparação entre os resultados das análises dinâmicas realizadas com interação dinâmica veículo-estrutura considerando duas diferentes condições de superfície do pavimento (excelente e ruim), obteve-se um máximo de diferença percentual de 76,70%, referente ao deslocamento a 1/4 do vão no tabuleiro da ponte. Deste modo, destaca-se a relevância da consideração não apenas da interação dinâmica, mas também do efeito da condição deteriorada do pavimento da estrutura ao longo dos anos.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho de pesquisa agradecem ao suporte financeiro fornecido pelas Agências de Fomento à Pesquisa do país: CAPES, CNPq e FAPERJ.

Referências

- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. AASHTO – Guide for Design of Pavement Structures. 1993.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. AASHTO – LRFD Bridge Design Specifications. 2014.
- ALENCAR, G. et al. Fatigue Life Evaluation of a Composite Steel-Concrete Roadway Bridge through the Hot-Spot Stress Method considering Progressive Pavement Deterioration. *Engineering Structures*, Vol. 166, p. 46-61, 2018.
- ALMEIDA, R.S. Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, 2006.
- ANSYS. Advanced Analysis Techniques Guide. ANSYS Inc., 2017.
- DENG, L.; CAI, C.S. Development of Dynamic Impact Factor for Performance Evaluation of Existing Multi-Girder Concrete Bridges. *Engineering Structures*, Vol. 32, No 1, p. 21-31, 2010.
- DODDS, C.J.; ROBSON, J.D. The Description of Road Surface Roughness. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31, No 2, p. 175-183, 1973.
- MAJKA, M.; HARTNETT, M. Effects of Speed, Load and Damping on the Dynamic Response of Railway Bridges and Vehicles. *Computers and Structures*, Vol. 86, p. 556-572, 2008.
- MATLAB. Getting Started Guide Natick. The MathWorks Inc., 2018.
- MONTENEGRO, P.A. et al. Probabilistic Numerical Evaluation of Dynamic Load Allowance Factors in Steel Modular Bridges using a Vehicle-Bridge Interaction Model. *Engineering Structures*, Vol. 226, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188 – Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias e Passarelas de Pedestre. 2013.
- PATERSON, W.D.; ATTOH-OKINE, B. Simplified Models of Paved Road Deterioration Based on HDM-III. In: Annual Meeting of the Transportation Research Board, 1992.
- RIBEIRO, D.R.F. Efeitos Dinâmicos Induzidos por Tráfego em Pontes Ferroviárias: Modelação Numérica, Calibração e Validação Experimental. Tese de Doutorado. Universidade do Porto, FEUP, 2012.
- SKOGLUND, O.; LEANDER, J. A Numerical Evaluation of New Structural Details for an Improved Fatigue Strength of Steel Bridges. *International Journal of Fatigue*, Vol. 160, 2022.
- ZHANG, W.; CAI, C.S. Fatigue Reliability Assessment for Existing Bridges Considering Vehicle Speed and Road Surface Conditions. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 17, No 3, p. 443-453, 2012.
- ZHANG, W.; CAI, C.S.; PAN, F. Nonlinear Fatigue Damage Assessment of Existing Bridges Considering Progressively Deteriorated Road Conditions. *Engineering Structures*, Vol. 56, p. 1922-1932, 2013.