

Desenvolvimento de um Programa Computacional para a Análise e Projeto de Pontes com Superestrutura em Vigas Isostáticas Protendidas

Matheus Maciel Anselmo da Costa¹, Wilson Freitas Rebello da Silva Junior^{2,3}, Glauco José de Oliveira Rodrigues⁴, José Guilherme Santos da Silva⁵

UERJ / Departamento de Estruturas e Fundações / matheusm.maciel@gmail.com
UERJ / Departamento de Estruturas e Fundações / wilsonrebello@gmail.com
IME / Seção de Engenharia Nuclear / wilsonrebello@gmail.com
UERJ / Departamento de Estruturas e Fundações / glauco.jose.rodrigues@uerj.br
UERJ / Departamento de Estruturas e Fundações / jgss@uerj.br

Resumo

O concreto protendido tem sido largamente utilizado no projeto e construção de pontes considerando-se sua versatilidade e economia. A metodologia de análise de estruturas protendidas possui características peculiares no que diz respeito aos cálculos, principalmente no que tange as avaliações de seções, uma a uma, das vigas, levando-se em conta os diferentes estados limites. Este trabalho de pesquisa consiste no desenvolvimento um programa computacional para dar respaldo ao traçado de cabos de vigas protendidas biapoiadas utilizadas em projetos de pontes, tendo em mente que o software realiza todas as verificações de dimensionamento estrutural, além da utilização para fins didáticos. Partindo-se da premissa que existem poucos softwares livres utilizados para o dimensionamento estrutural, e uma carência ainda maior no campo de dimensionamento em concreto protendido e pontes, observou-se a necessidade do desenvolvimento do software Protensor. O algoritmo implementado no programa Protensor foi desenvolvido na linguagem Java, ferramenta bastante difundida e estável, com amplas bibliotecas, além da facilidade para criação da interface gráfica amigável, que permite a interação do usuário de forma facilitada. O software Protensor é capaz de realizar o pré-dimensionamento da seção transversal das vigas, incluindo suas propriedades geométricas, calcular as envoltórias de esforcos provenientes do tabuleiro da ponte, quando submetida aos esforcos devidos ao trem tipo, gerar as etapas de protensão, lançar a geometria dos cabos, calcular e iterar as perdas de protensão, além de realizar a verificação nos estados limites, discretizando a viga em estudo em seções estruturais distintas, primando pela customização dos diversos dados, tendo como base as normas de projeto NBR 6118 e NBR 7188. Finalmente, destaca-se que os resultados obtidos nesta investigação, via utilização do software Protensor, foram verificados de maneira consistente com a literatura técnica disponível sobre o tema, através do emprego de projetos de pontes com superestrutura em vigas isostáticas protendidas.

Palavras-chave

Concreto Protendido; Vigas Isostáticas Protendidas; Comportamento Estrutural; Estados Limites.

1. Introdução

O concreto protendido tem se consolidado como uma solução estrutural amplamente utilizada na construção de pontes, devido à sua capacidade de reduzir as seções estruturais, aumentar os vãos livres e melhorar o desempenho estrutural sob a ação de cargas móveis e permanentes (HANAI, 2005; LEONHARDT, 1983). No entanto, o dimensionamento de estruturas protendidas exige a consideração de diversos fatores, incluindo os estados limites de resistência e de serviço, as perdas de tensão ao longo do tempo e a interação entre os esforços solicitantes e a rigidez da estrutura (RODRIGUES, 2008; CAVALCANTE, 2019). O processo de projeto demanda ferramentas computacionais avançadas, capazes de lidar com essas complexidades de forma eficiente e precisa.

Apesar dos avanços na análise e dimensionamento dessas estruturas, de maneira geral, ainda há uma carência significativa de softwares acessíveis que possam auxiliar engenheiros e estudantes na concepção e verificação de vigas protendidas, especialmente no contexto de pontes rodoviárias. A maioria das ferramentas disponíveis no mercado são proprietárias e, muitas vezes, possuem alto custo, limitando seu acesso para fins didáticos e de pesquisa.

Diante desse cenário, este trabalho apresenta o desenvolvimento do software Protensor, uma ferramenta computacional inovadora e acessível, projetada para o dimensionamento de vigas protendidas biapoiadas utilizadas em pontes. Diferentemente das soluções comerciais, o Protensor preenche uma lacuna existente ao oferecer uma alternativa eficiente e de baixo custo para engenheiros e acadêmicos. Desenvolvido em Java, o software incorpora algoritmos avançados para pré-dimensionamento de seções transversais, traçado de cabos de protensão, cálculo de esforços solicitantes e verificações nos estados limites último e de serviço, de acordo com as normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2023) e NBR 7188 (ABNT, 2013).

Além de seu caráter técnico, o Protensor foi concebido para ser uma ferramenta flexível e intuitiva, permitindo ajustes iterativos durante o processo de dimensionamento, de modo a otimizar o desempenho estrutural e a customização dos projetos. O programa se diferencia por sua abordagem modular, na qual cada etapa do cálculo é tratada separadamente, garantindo maior controle sobre os parâmetros de entrada e saída. A interface gráfica foi projetada para facilitar a interação do usuário, tornando-a acessível tanto para profissionais de engenharia de estruturas quanto para acadêmicos.

O presente artigo descreve as etapas de desenvolvimento do software, sua estrutura algorítmica e os principais cálculos implementados, além de apresentar uma validação dos resultados obtidos por meio da comparação com métodos analíticos e outros programas de referência, como o software FTool (MARTHA, 2021). Os resultados demonstraram uma excelente aderência à literatura técnica e indicam que o Protensor é uma ferramenta confiável para engenheiros e estudantes. Destaca-se que todas as verificações efetivamente realizadas evidenciam que o software Protensor não apenas reproduz os cálculos com precisão, mas também oferece um ambiente interativo para exploração dos conceitos fundamentais do concreto protendido, contribuindo significativamente para o estudo e dimensionamento de pontes protendidas.

2. Metodologia

A metodologia adotada no desenvolvimento do Protensor foi estruturada de maneira modular, abrangendo as etapas de entrada de dados, cálculo dos esforços solicitantes, pré-dimensionamento da seção transversal, traçado dos cabos de protensão e verificação dos estados limites. Essa abordagem tem como objetivo principal o de garantir flexibilidade, eficiência e precisão no dimensionamento de vigas isostáticas protendidas, conforme preconizado pelas normas NBR 6118 (ABNT, 2023) e NBR 7188 (ABNT, 2013).

3. Desenvolvimento do Software Protensor

Na sequência do trabalho de pesquisa será apresentado o desenvolvimento do software Protensor, deste a etapa de entrada de dados, passando pela determinação dos esforços solicitantes, pré-dimensionamento da seção estrutural, traçado dos cabos de protensão e chegando até a verificação dos estados limites.

3.1 Entrada de Dados

A etapa de entrada de dados se dá principalmente nas abas "Geral" e "Cargas e Viga" do programa e permite a definição das propriedades do concreto, cordoalhas e ancoragens, além dos coeficientes normativos utilizados para o cálculo dos estados limites de serviço e das perdas de protensão em adição às informações de comprimento e largura do tabuleiro da ponte. A caracterização dos materiais empregados é realizada com base em informações fornecidas por catálogos técnicos, sendo utilizada neste trabalho a publicação da Protende (PROTENDE, 2013), enquanto os parâmetros de retração, fluência e relaxação são estabelecidos a partir dos critérios normativos (ABNT, 2023). De outra forma, as cargas estruturais definidas nessa etapa são geradas após a predefinição das dimensões do tabuleiro (Figura 1) (THOMAZ, 1995).

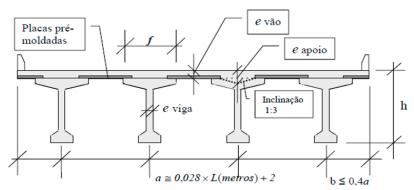


Figura 1 – Parâmetros preliminares da ponte (THOMAZ, 1995).

Sendo "L" o comprimento da ponte e "h" a altura da seção transversal da ponte, que engloba a viga e a laje, esta é definida de acordo com a Equação (1).

$$h = 0,00025L^2 + 0,2065L + 1,1543 \tag{1}$$

A largura da mesa "f" da viga, em adição, é definida, na abordagem do estudo de (THOMAZ, 1995), como o maior valor entre o comprimento da ponte, dividido por cem e multiplicado pela altura obtida, ou o comprimento da ponte dividido por trinta. A dimensão da alma da viga "e_{viga}" é definida de forma a englobar a espessura do cobrimento de concreto de acordo com a classe de agressividade ambiental (ABNT, 2023), o estribo utilizado e o diâmetro da bainha, sendo acrescentado 4 centímetros ao valor final para facilitar a concretagem. A base da viga é definida pelo triplo do valor obtido para a alma. Sem prejuízos, as cargas de peso próprio da etapa são obtidas através da multiplicação do peso próprio do elemento em questão por sua área transversal na área de influência sobre a viga em estudo (Figura 2).



Figura 2 – Cargas estruturais sobre a viga.

Definidas as informações preliminares e as cargas obtidas por estes valores, o programa Protensor ilustra de forma gráfica de maneira clara todas as propriedades mencionadas (Figuras 3 e 4).

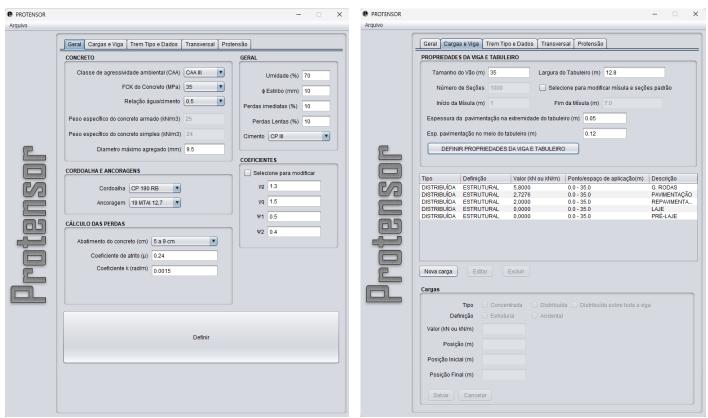


Figura 3 – Protensor (aba "Geral").

Figura 4 – Protensor (aba "Cargas e Viga").

3.2 Determinação dos Esforços Solicitantes

Na determinação dos esforços solicitantes, o software calcula as envoltórias de momentos fletores e esforços cortantes provenientes das cargas atuantes no tabuleiro da ponte, incluindo o peso próprio da estrutura e as cargas móveis do trem-tipo TB-450, conforme definido pela NBR 7188 (ABNT, 2013). A determinação dos diagramas devidos às cargas de peso próprio segue as premissas básicas de resistência dos materiais

(SÜSSEKIND, 1981). A distribuição transversal da carga móvel entre as vigas é modelada pelo método de Engesser-Courbon (Equação 2), possibilitando uma avaliação do comportamento do trem-tipo.

$$R_{i} = \frac{P}{n} \pm \frac{(P e) x_{i}}{\sum x_{i}^{2}}$$
 (2)

Onde: "R_i" é a reação na viga "i" devido à carga unitária aplicada; "P" é a carga unitária aplicada; "n" é o número de longarinas; "e" é a excentricidade do ponto de aplicação da carga em relação ao centro elástico do tabuleiro; "xi" representa a distância da longarina "i" em relação ao centro elástico.

A partir da aplicação transversal do trem-tipo TB-450 na distribuição transversal de Engesser-Courbon, obtêm-se as cargas de trem tipo a serem aplicadas longitudinalmente na longarina em questão, para os casos positivo e negativo (Figuras 5 e 6).

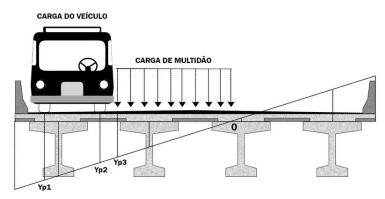


Figura 5 – Aplicação transversal do trem-tipo: caso positivo.

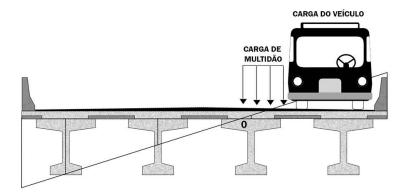


Figura 6 – Aplicação transversal do trem-tipo: caso negativo.

3.3 Pré-dimensionamento da Seção Transversal

O pré-dimensionamento da seção transversal da viga que foi conduzido com base em parâmetros empíricos e normativos, adotando-se os critérios estabelecidos por (THOMAZ, 1995), e teve início na etapa anteriormente descrita para a definição das dimensões preliminares, segue para a finalização, com base RODRIGUES (2008) na definição do módulo resistente inferior necessário (Equação 3).

A viga é discretizada em mil elementos (seções), permitindo uma análise mais acurada das tensões ao longo do seu comprimento. Dessa forma, de acordo com a seção pretendida para a viga (Figura 5), o algoritmo define as alturas h1 a h5, de forma que h1 tenha a dimensão necessária para acomodar duas camadas de cabos de protensão; h2 definida inicialmente como 15 cm; h4 definida inicialmente como 10 cm; h5 como 15 cm e h3 com valor restante para a altura total da viga. O programa itera as dimensões de forma a adicionar 10 cm a h1 e 5 cm a h2 a cada iteração e, a cada duas iterações, adiciona 5 cm a h4 e 10 cm a h5 até que se atinja, ou supere, o módulo resistente inferior necessário definido como na Equação (3) a seguir.

$$W_{\text{inf,nec}} = \frac{Ms}{\frac{2}{3} \text{ fck-Perdas}}$$
 (3)

Onde: "W_{inf,nec}" é o módulo inferior resistente necessário, de acordo com RODRIGUES (2008); "Ms" é o momento solicitante devido às cargas estruturais e acidentais; "Perdas" é o valor estimado para perdas de tensão de protensão (estimadas inicialmente em 2 MPa). De forma gráfica, segue a seção pretendida e as referidas dimensões (Figura 7).

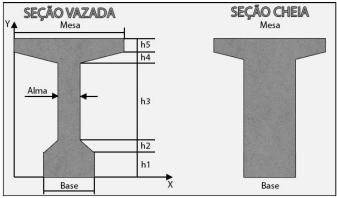


Figura 7 – Seção transversal da viga.

3.4 Tracado dos Cabos de Protensão

O traçado dos cabos de protensão é realizado considerando três etapas de protensão da viga, de forma que a primeira etapa engloba a carga de peso próprio da viga e não considera largura colaborante da laje; a segunda etapa inclui as cargas de pré-laje, laje e guarda-rodas e também não considera largura colaborante da laje, mas a protensão nesta etapa age sobre a seção da viga incluindo a laje; e a terceira etapa inclui a carga móvel (trem-tipo) e carga de repavimentação definida como 2 kN/m e considera a largura colaborante da laje, assim como a protensão nesta etapa também age sobre a seção composta.

De acordo com os parâmetros normativos da NBR 6118 (ABNT, 2023) para as combinações no Estado Limite de Serviço e com as cargas de cada etapa, são definidas as forças de protensão necessárias para causar estado limite de serviço de descompressão (ELS-D) (Equação 4) em tempo infinito (50 anos) e o número de cordoalhas necessário.

$$F_{\text{prot,ELSD}} \ge \frac{\left(\frac{\sigma_{\text{inf}}}{\frac{e}{W_{\text{inf}}} + \frac{1}{A}}\right)}{1 - \text{Perdas}}$$
(4)

Onde: "F_{prot,ELSD}" é a força de protensão que causa ELS-D em tempo infinito (50 anos); "σ_{inf}" é a tensão atuante no flange inferior da viga, no meio do vão; "e" é a excentricidade máxima para a etapa em questão, no meio do vão; "W_{inf}" é o módulo resistente inferior da viga, no meio do vão; "A" é a área da seção da viga, no meio do vão e "Perdas" são as perdas calculadas no meio do vão.

Obtidas as forças de protensão para cada etapa, calcula-se a quantidade necessária de cordoalhas, que é a força de protensão obtida dividida pela força de protensão de uma cordoalha e, então, as cordoalhas são acomodadas nas bainhas de acordo com os valores máximos para acomodação das mesmas (PROTENDE, 2013). O traçado dos cabos de protensão prossegue para a definição das posições dos cabos nos sentidos altimétrico e planimétrico.

No sentido altimétrico, cada cabo é composto por um trecho reto, seguido de um trecho parabólico e finalizando com outro trecho reto horizontal. Os primeiros trechos retos dos cabos que saem na extremidade da viga são definidos de forma que sua resultante se dê sobre o centro geométrico na primeira seção e respeitam o espaçamento mínimo entre ancoragens na extremidade e os trechos retos dos cabos que saem por cima da viga são definidos de forma a respeitar o espaçamento mínimo entre o limite da viga e a ancoragem, inclusive o espaço mínimo entre as ancoragens (PROTENDE, 2013). Os primeiros trechos retos de todos os cabos têm um metro de comprimento projetado na horizontal, devido à rigidez do aparato de protensão e os trechos parabólicos são definidos de forma a assumir a posição mais excêntrica no fim da transição da seção cheia para a seção vazada (mísula). Por fim os trechos parabólicos são seguidos por trechos retos até o meio da seção e, então, o caminho é "espelhado", de forma que os "caminhos" que os cabos assumem sejam simétricos. A concordância entre os trechos retos, parabólicos e, novamente, retos, são calculados conforme Curvas de Bézier (Equação 5).

$$I = x_1(1-t)^2 + x_2(2(t-t^2)) + x_3t^2$$
 (5)

Onde: I é o valor da curva de segundo grau na seção correspondente; x₁, x₂ e x₃ são os pontos de controle da curva, definidos respectivamente como ponto final do primeiro trecho reto, ponto encontrado através da interseção do prolongamento de trechos retos e ponto inicial do segundo trecho reto e t varia de 0 a 1 nas seções correspondentes ao trecho parabólico.

No sentido planimétrico os cabos de protensão também são constituídos por três trechos, contudo são concordados radialmente (Figura 8).

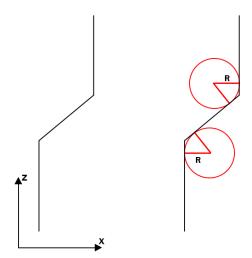


Figura 8 – Concordância radial dos trechos horizontais (vista horizontal).

Após todo o trâmite para definição do traçado dos cabos, são calculadas as perdas de protensão de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023). São previstas as perdas imediatas de atrito e fixação dos cabos e perdas lentas de retração, fluência e relaxação. De forma gráfica, são mostradas pelo programa as etapas previstas para a protensão e as cargas previstas para cada uma delas (Figura 9) e o traçado no plano altimétrico e planimétrico gerado, em adição aos diagramas de tensões por etapa (Figuras 10).

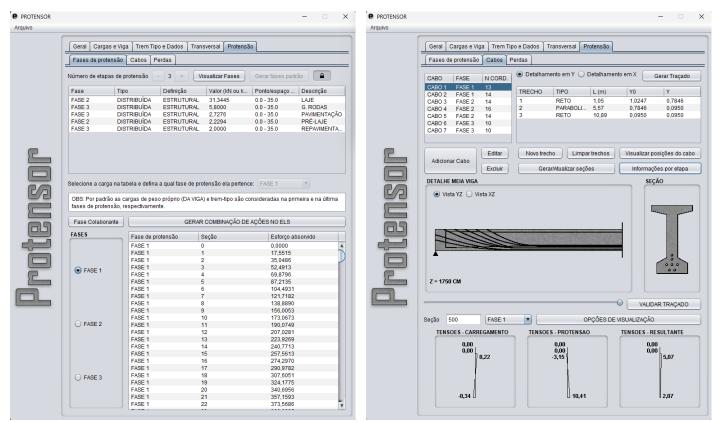


Figura 9 – Protensor (aba "Protensão" e sub-aba "Fases de protensão").

Figura 10 – Protensor (aba "Protensão" e subaba "Cabos").

Considerando-se que as perdas calculadas inicialmente não refletem por total o comportamento das mesmas ao longo do tempo, estas precisam ser iteradas até que se atinja a convergência. Desta forma, o algoritmo prossegue para o referido cálculo da iteração das perdas, que é adequadamente representado pelo fluxograma apresentado na sequência do trabalho (Figura 11).

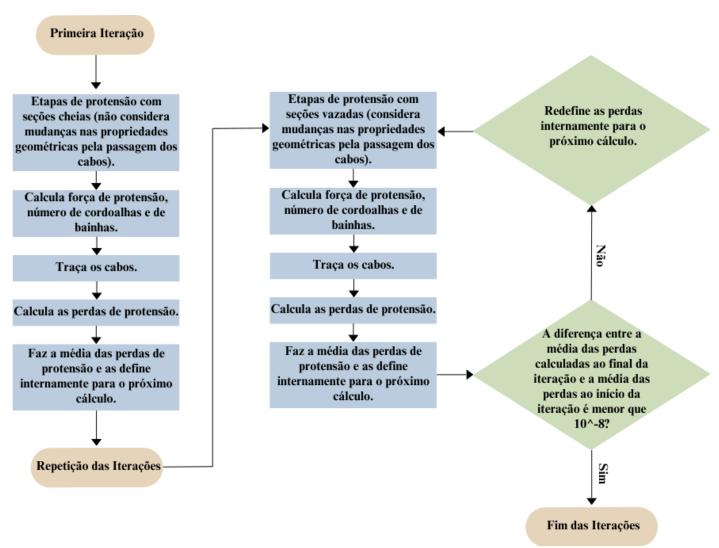


Figura 11 - Iteração do traçado de protensão.

3.5 Verificação nos Estados Limites

Após a iteração do traçado dos cabos de protensão, é feita verificação nos estados limite sendo eles: estado limite último no ato da protensão (ELU-ATO), estado limite de serviço de formação de fissuras (ELS-F) e estado limite de serviço de descompressão (ELS-D). O procedimento para verificação é elementar: estabelecidas as resistências da peça no dia de cada etapa de protensão, são verificadas as tensões desenvolvidas a cada seção, nos bordos inferior e superior da viga, para o instante no ato da protensão e em tempo infinito (50 anos), exceto ELU-ATO que só é verificado no ato da protensão. As tensões que devem ser respeitadas (e que foram implementadas no programa), para cada estado limite são as seguintes: tensão mínima de 1,2f_{ctm} e máxima de 0,7f_{ckj} para o ELU-ATO; tensão mínima de 0,7f_{ctm} para o ELS-F e tensão mínima nula para o ELS-D.

4. Análise de Resultados e Considerações

Para avaliar a precisão e eficiência do software Protensor, os resultados obtidos foram comparados com métodos analíticos e softwares de referência, como o FTool (MARTHA, 2021). O desempenho estrutural das vigas protendidas foi analisado considerando os esforços internos, as perdas de protensão e a verificação dos estados limites, conforme definido pelas normas NBR 6118 (ABNT, 2023) e NBR 7188 (ABNT, 2013). Os cálculos das perdas de protensão incluíram perdas imediatas de atrito e fixação dos cabos (cravação, no software), e perdas progressivas de retração, fluência do concreto e relaxação das cordoalhas. A implementação iterativa do traçado dos cabos permitiu um ajuste preciso das excentricidades, garantindo que as tensões estivessem dentro dos limites normativos para os estados limites últimos (ELU) e de serviço (ELS). Os valores calculados mostraram-se consistentes com aqueles encontrados na literatura técnica, como HANAI (2005) e LEONHARDT (1983), reforçando a confiabilidade do software Protensor.

Tendo em mente a validação estrutural, os esforços solicitantes foram comparados com soluções obtidas por meio do método de Engesser-Courbon para distribuição transversal das cargas. Os momentos fletores e esforços cortantes obtidos pelo Protensor não apresentaram desvios em relação aos resultados gerados pelo FTool (MARTHA, 2021), o que atesta a precisão do software desenvolvido.

A análise computacional indicou que a discretização da viga em mil seções permite uma avaliação detalhada das tensões ao longo do elemento estrutural, resultando em uma maior confiabilidade nas verificações normativas. Além disso, o tempo de processamento para os cálculos iterativos manteve-se dentro de uma faixa aceitável para aplicações práticas, demonstrando a eficiência do algoritmo implementado.

O traçado automático dos cabos, baseado na interpolação por curvas de Bézier e concordâncias suaves, mostrou-se adequado para a configuração padrão de vigas protendidas biapoiadas. No entanto, verificou-se que, em determinados casos, ajustes manuais no traçado podem ser necessários para otimizar o uso de materiais e melhorar a distribuição dos esforços. Ressalta-se que a possibilidade de ajustes manuais está presente no software em quase todas as etapas e representa um diferencial do Protensor. O programa mostra, ainda, os gráficos das perdas sobrepostas para cada cabo, conforme Figura 12.

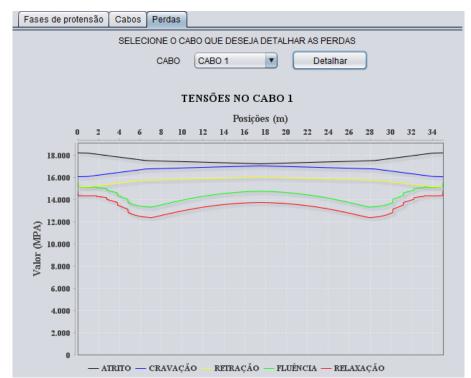


Figura 12 – Software Protensor (aba "Protensão" e sub-aba "Perdas").

5. Conclusões

O desenvolvimento do software Protensor seguramente demonstrou a viabilidade de uma ferramenta computacional acessível e eficiente para o dimensionamento de vigas isostáticas protendidas em pontes. A implementação de um algoritmo iterativo para o traçado dos cabos de protensão e a verificação dos estados limites garantiu um programa capaz de fornecer resultados precisos e alinhados com as normas técnicas de projeto atualmente vigentes.

Os resultados obtidos evidenciaram a confiabilidade do software, com desvios nulos em relação aos programas de referência, tal como o programa FTool (MARTHA, 2021). A capacidade de discretização da viga em mil seções proporcionou uma análise detalhada das tensões e esforços ao longo da estrutura, permitindo um dimensionamento mais rigoroso e seguro. Além disso, a interface gráfica intuitiva e a modularidade do programa tornam o Protensor uma ferramenta versátil.

O Protensor se destaca em relação a outros softwares disponíveis no mercado devido à sua abordagem específica para pontes isostáticas protendidas, oferecendo maior flexibilidade no ajuste do traçado dos cabos e na personalização dos cálculos. A acessibilidade do programa Protensor, modularidade e capacidade de personalização em cada etapa tornam o software uma ferramenta valiosa tanto para profissionais que atuam no dimensionamento estrutural de pontes quanto para instituições acadêmicas que desejam utilizá-lo como recurso didático no ensino de concreto protendido.

Além da aplicação prática no projeto de pontes rodoviárias, o software também permite otimizar o uso de materiais, possibilitando estudos de viabilidade econômica para diferentes configurações de protensão. A possibilidade de ajustes automáticos e manuais no traçado dos cabos garante que a solução gerada possa ser adaptada a diversas situações de projeto, maximizando a eficiência estrutural.

Apesar dos avanços alcançados, algumas limitações foram identificadas, como a necessidade de aprimoramento na modelagem de carregamentos dinâmicos e a inclusão de módulos para análise de fadiga estrutural. Outra possível melhoria envolve a integração com ferramentas BIM, permitindo uma interface mais fluida entre o dimensionamento computacional e a modelagem tridimensional das estruturas. Além disso, expandir o escopo do software para incluir uma melhor caracterização da distribuição transversal das cargas móveis representa uma evolução natural do Protensor.

Dessa forma, o Protensor, como ferramenta calibrada e validada através de métodos rigorosos, e produtora de resultados consistentes, se consolida como uma ferramenta inovadora e confiável para o estudo e projeto de vigas protendidas. A capacidade do software de fornecer análises detalhadas e precisas, aliada à sua flexibilidade e facilidade de uso, representa um avanço significativo no campo do dimensionamento estrutural de pontes rodoviárias.

Finalmente, ressalta-se que o software Protensor não apenas otimiza o processo de projeto, mas também promove a disseminação do conhecimento técnico ao tornar conceitos complexos de concreto protendido mais acessíveis e compreensíveis. Ao contribuir para a melhoria das práticas de dimensionamento estrutural, o Protensor auxilia na construção de pontes mais seguras, eficientes e econômicas, impactando positivamente a infraestrutura e a mobilidade urbana. A ferramenta desenvolvida seguramente possui o potencial necessário para se tornar um padrão de referência na área, impulsionando a inovação e o desenvolvimento de novas soluções para a engenharia de pontes.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho de pesquisa agradecem ao suporte financeiro fornecido pelo DER RJ e pelas Agências de Fomento à Pesquisa do país: CAPES, CNPq e FAPERJ.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118:2023. Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 7188:2013. Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

CAVALCANTE, G.H.F. Análise e Dimensionamento de Pontes em Concreto Armado. 1. ed. São Paulo: Blucher, 462 p., 2019.

HANAI, J.B. Fundamentos do Concreto Protendido (Material de apoio para o curso de Engenharia Civil). São Carlos: Universidade de São Paulo (USP), 2005.

LEONHARDT, F. Construções de concreto: concreto protendido. Vol. 5. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 316 p., 1983.

MARTHA, L.F. Ftool: Structural Analysis of Plane Frames. Versão 3.00. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), 2021.

PROTENDE. Catálogo PROTENDE: Sistemas e métodos. 4. ed. [S.1.: s.n.], 31 p., 2013.

RODRIGUES, G.J. de O. Notas de aula. Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), 2008.

SÜSSEKIND, J.C. Curso de Análise Estrutural: Estruturas Isostáticas. Vol. 1. 6. ed. Porto Alegre: Globo, 366 p., 1981.

THOMAZ, E.C.S. Notas de aula. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia (IME), 1995.