

## **Emprego de fibras de aço em lajes submetidas à punção: modelagem numérica por elementos finitos**

**Eric Renã Zavitzki Schimanowski<sup>1</sup>, Américo Campos Filho<sup>2</sup>, Paula Manica Lazzari<sup>3</sup>, Bruna Manica Lazzari<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) / Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) / [ezschimanowski@gmail.com](mailto:ezschimanowski@gmail.com)

<sup>2</sup> UFRGS / PPGEC / [americo.campos.filho@gmail.com](mailto:americo.campos.filho@gmail.com)

<sup>3</sup> UFRGS / PPGEC / [p.manica.lazzari@gmail.com](mailto:p.manica.lazzari@gmail.com)

<sup>4</sup> Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS) / Departamento de Engenharia Civil / [bruna.ml@gmail.com](mailto:bruna.ml@gmail.com)

### **Resumo**

A falha por punção é um fenômeno preocupante já que sua ocorrência pode não apresentar sinalizações prévias e, em casos extremos, pode gerar a ruína total de uma estrutura devido ao colapso progressivo. Como forma de aumentar a ductilidade e a carga de punção, fibras de diferentes materiais podem ser inseridas no concreto. Dessa maneira, este estudo busca analisar numericamente dados experimentais da literatura, referentes a lajes lisas com concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) submetidas à punção. Para a análise, foi empregado o *software* ANSYS *Mechanical*, que utiliza o Método dos Elementos Finitos para a solução do problema. Na simulação numérica, foi utilizado o modelo de armadura incorporada, com elementos SOLID186 e REINF264 para o concreto e o aço, respectivamente. Já para a consideração das fibras, o comportamento pós-fissuração do concreto tracionado foi atualizado, empregando uma formulação teórica que leva em consideração o volume e as características da fibra de aço. Assim, o modelo numérico foi utilizado para simular lajes ensaiadas experimentalmente pelo *Working Group* WP 2.4.1 da *fib*, dados disponibilizados na *3rd Blind Simulation Competition*. Os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os dados experimentais em relação aos deslocamentos em diferentes pontos da estrutura, deformações do concreto comprimido, deformações da armadura de flexão e abertura de fissura. Dessa forma, foi possível concluir que a modelagem proposta é adequada para a simulação da punção em lajes de CRFA.

### **Palavras-chave**

Punção; Fibras de aço; ANSYS; CRFA; Método dos Elementos Finitos; Simulação numérica,

### **Introdução**

O emprego de lajes lisas é cada vez mais comum na construção civil devido às suas vantagens, como o menor custo, maior flexibilidade do *layout* arquitetônico e menor tempo de execução (MARÍ; SPINELLA e RODRÍGUEZ, 2023). No entanto, como as lajes são apoiadas diretamente sobre os pilares, é necessário avaliar um tipo de falha incomum em lajes convencionais de concreto armado, a punção. Esse tipo de falha, que decorre da alta concentração de tensões no entorno dos pilares, caracteriza-se por não apresentar avisos prévios, diferentemente das falhas por flexão, que são precedidas por altos deslocamentos. No caso da punção, sua ocorrência abrupta pode causar danos significativos na estrutura, gerando, em casos extremos, a ruína total da edificação devido ao colapso progressivo (CHENG; TAFFESE e HU, 2024).

Como forma de aumentar a resistência à punção e/ou a ductilidade da laje, diversos estudos foram desenvolvidos na última década empregando soluções como armadura de cisalhamento, aumento da espessura da laje e da taxa de armadura de flexão ou, ainda, utilização de concretos alternativos. Em

alguns casos, o concreto é produzido com fibras de diferentes características e materiais, sendo o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) uma das opções mais empregadas e estudadas (FRAILE *et al.*, 2024; AWAD *et al.*, 2024; LIU *et al.*, 2024).

De acordo com Fraile *et al.* (2024), o emprego de fibras de aço em percentuais inferiores a 2% em volume é uma alternativa viável do ponto de vista econômico, aumentando a resistência à punção. Nesse aspecto, Marí, Spinella e Rodríguez (2023) apontam que o ganho na carga se deve ao fato de que as fibras de aço alteram o comportamento do concreto pós-fissurado, fazendo com que o material suporte cargas maiores. Consoante a esse entendimento, Alves *et al.* (2021) descrevem que as fibras geram um fenômeno de ponte, reduzindo a concentração de tensões nas pontas das trincas e diminuindo a abertura das mesmas.

Dessa maneira, esse estudo avalia, por meio de simulação numérica computacional, um conjunto de duas lajes experimentais ensaiadas pelo *Working Group* WP 2.4.1 da *Fédération Internationale du Béton (fib)*. Os dados experimentais foram disponibilizados na *3rd Blind Simulation Competition*, na qual diversos pesquisadores enviaram dados de simulação numérica buscando prever o comportamento da estrutura ensaiada, incluindo os autores deste estudo. Portanto, este artigo busca apresentar como as fibras de aço foram levadas em consideração na modelagem numérica e quais foram os resultados encontrados, comparando os mesmos com os valores experimentais.

### Características da modelagem numérica

Para modelar numericamente a estrutura analisada, foi empregado um modelo constitutivo para o concreto implementado e aplicado por Lazzari *et al.* (2017), Lazzari *et al.* (2020), Machado *et al.* (2023), entre outros. Nesse modelo, o concreto comprimido foi considerado elastoplástico, sendo empregado o critério de ruptura de Ottosen, endurecimento isotrópico e regra de endurecimento considerando o comportamento uniaxial, assim como proposto pelo *fib* Model Code 2010 (2013).

Já em relação ao concreto tracionado, foi considerado um comportamento linear até a falha e, após a fissuração, um amolecimento. No caso do CRFA, o comportamento pós-fissuração foi considerado exponencial, de acordo com a expressão proposta por Voo e Foster (2003) e apresentada na Equação 1, em que a tensão no CRFA ( $\sigma_{cf}$ ) é a soma entre o amolecimento da matriz de concreto ( $\sigma_c$ ), apresentado na Equação 2, somado a uma curva com amolecimento e endurecimento para as fibras ( $\sigma_f$ ), como pode ser observado na Equação 3. Vale mencionar que essas equações foram empregadas e validadas no estudo de Titello (2020), para o caso de vigas produzidas com CRFA.

$$\sigma_{cf} = \sigma_c + \sigma_f \quad (1)$$

$$\sigma_c = f_{ctm} \cdot e^{-c \cdot w_{cr}} \quad (2)$$

$$\sigma_f = \frac{V_f \cdot l_f \cdot T_b}{d_f} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{3,5 \cdot w_{cr}}{d_f} \right) \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot w_{cr}}{l_f} \right)^2 \quad (3)$$

Sendo:

$c$  : amolecimento da matriz de concreto (150/cm);

$V_f$  : volume das fibras;

$l_f$  : comprimento das fibras;

$d_f$  : diâmetro das fibras;

$\tau_b$ : tensão cisalhante última de arrancamento das fibras, estimada por Voo e Foster (2003) como  $2,5 \cdot f_{ctm}$  para fibras ancoradas;

$w_{cr}$ : abertura da fissura, determinada como  $w_{cr} = \varepsilon \cdot l_c$  em que  $\varepsilon$  é a deformação normal à fissura e  $l_c$  é a distância média entre fissuras;

Para a modelagem computacional, foi empregado o *software* ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*), versão 2021 R2. O programa possui uma linguagem chamada APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) que permite desenvolver a modelagem em *scripts* de texto, que são lidos pelo programa. Na resolução do problema, o ANSYS emprega o Método dos Elementos Finitos, sendo que a ideia principal é discretizar um modelo a partir da subdivisão do mesmo em um número finito de elementos, tornando o domínio contínuo em discreto.

Assim, todos os comportamentos relacionados ao concreto foram implementados na modelagem através da rotina USERMAT, programada e aplicada em estudos anteriores do PPGEC-UFGRS, como apresentado em detalhes em Schimanowski (2024). Já para o aço, foi adotado um modelo constitutivo elastoplástico com endurecimento linear, sendo considerado que as barras de armadura resistem apenas a esforços axiais. No *software*, esse comportamento foi empregado através do modelo *Bilinear Isotropic Hardening* (BISO), disponível na biblioteca do ANSYS.

No *software*, foram empregados elementos SOLID186 tetraédricos para a modelagem do concreto. Esse formato apresenta 10 nós com translações em 3 direções e funções de interpolação quadráticas. Para simular as armaduras pelo modelo incorporado, foi escolhido o elemento de reforço REINF264 que atua no interior dos elementos base. Assim, cada barra do reforço é modelada de forma isolada, resistindo exclusivamente aos esforços axiais de tração ou compressão.

Além disso, como a simulação numérica considera o modelo distribuído para as fissuras, em que os nós da malha não se separam fisicamente, apenas as propriedades dos materiais são alteradas, não é possível determinar diretamente a abertura da fissura, para comparar com os dados experimentais. Dessa forma, foi utilizada a formulação apresentada no *fib* Model Code 2010 (2013), que leva em consideração o comprimento entre fissuras ( $l_{sm\acute{a}x}$ ), apresentado na Equação 4.

$$l_{sm\acute{a}x} = k \cdot c + \frac{f_{ctm} \cdot \varphi_s}{4 \cdot \tau_{bms} \cdot \rho_{s,ef}} \quad (4)$$

Sendo:

$k$ : parâmetro empírico que leva em consideração o cobrimento de concreto, adotado como 1;

$c$ : cobrimento do concreto;

$\tau_{bms}$ : resistência média de aderência entre aço e concreto, obtido através de  $\tau_{bms} = 1,8 \cdot f_{ctm}$ ;

$\varphi_s$ : bitola da armadura de tração;

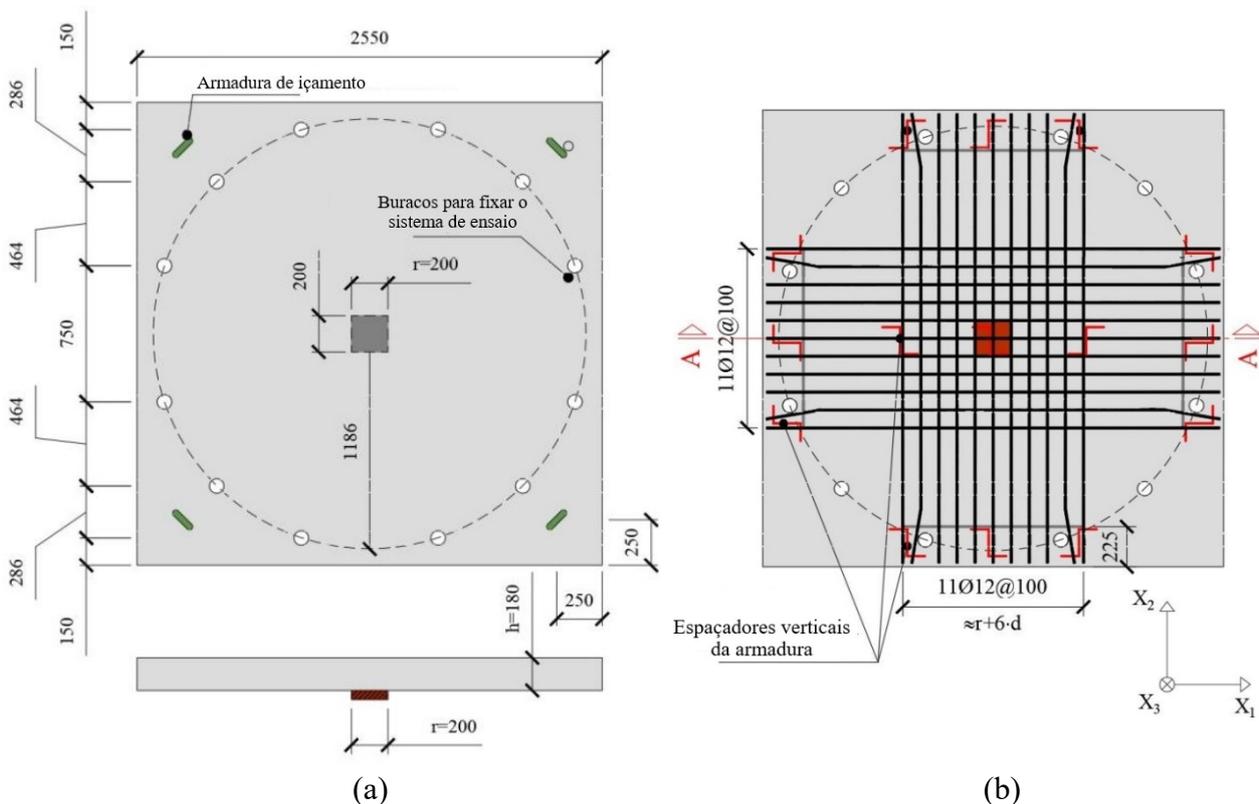
$\rho_{s,ef}$ : razão entre a área da seção e a área efetiva submetida à tração.

Assim, foi possível determinar a abertura das fissuras a partir da Equação 5. Nesse caso, as deformações médias da armadura ( $\varepsilon_{sm}$ ) foram coletadas no *software* para o elemento de reforço que apresentou as maiores deformações. Já para as deformações no concreto ( $\varepsilon_{cm}$ ), foi adotado o valor correspondente à máxima tensão de tração. Por fim, as deformações por retração ( $\varepsilon_{cs}$ ) não foram consideradas no cálculo, pois a ordem de grandeza não impactava nos resultados.

$$w_d = 2 \cdot l_{sm\acute{a}x} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (5)$$

## Validação da modelagem numérica com dados experimentais

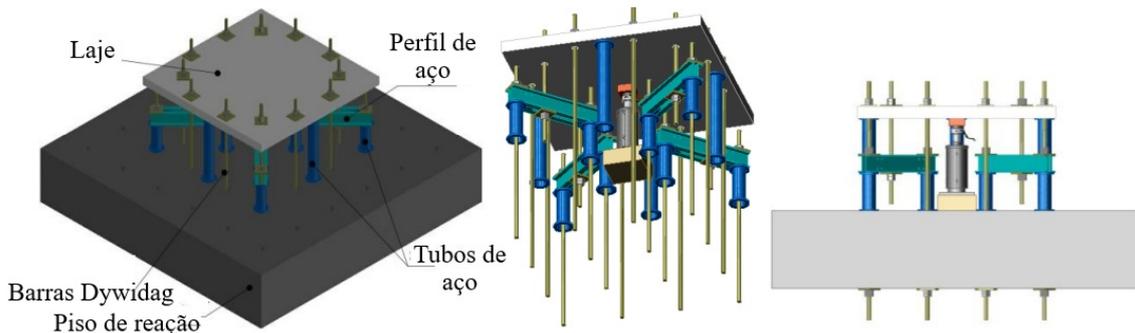
As lajes ensaiadas eram quadradas e apresentavam espessura igual a 18 cm e comprimento igual a 255 cm, como pode ser verificado na Figura 1a. Na região central, junto à superfície inferior, foi utilizada uma placa quadrada com 20 cm de comprimento a fim de simular um pilar central. Já a Figura 1b apresenta as características das armaduras empregadas na superfície superior da laje. Para esse caso, foram empregadas 11 barras com bitola de 12 mm e espaçamento de 10 cm para cada direção. Já para a armadura inferior, foram empregadas 11 barras com 8 mm de diâmetro, também espaçadas a cada 10 cm. Vale mencionar, ainda, que foram utilizadas armaduras complementares, como os ganchos de içamento e espaçadores verticais.



**Figura 1 – (a) Geometria da laje e (b) detalhamento da armadura superior (dimensões em mm) (fonte: fib (2023)).**

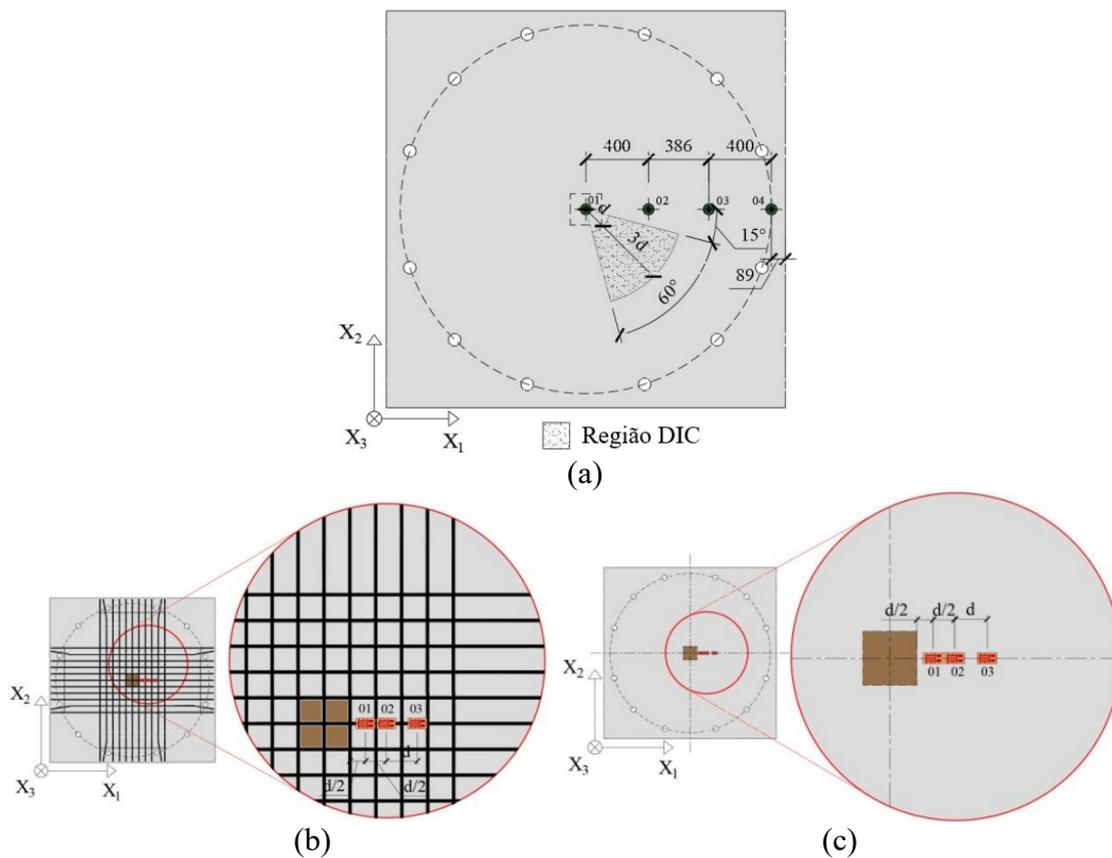
Para a verificação do comportamento experimental, as lajes foram ensaiadas a partir do sistema apresentado na Figura 2, que consiste na fixação da laje em vários pontos equidistantes do pilar, de forma radial, junto à face superior. Com a laje fixa nesses pontos, um atuador hidráulico aplica o carregamento junto à superfície inferior da laje, de baixo para cima, simulando um caso de punção.

Nesse ensaio experimental, além da carga de ruptura, outras informações foram coletadas como os deslocamentos em 4 pontos distintos da laje, como apresentado na Figura 3a. O ponto 4 estava posicionado em uma região próxima aos apoios, já o ponto 1 buscava determinar o deslocamento máximo da laje, na posição central. Além disso, em uma região da laje, destacada na Figura 3a, foram realizadas medições de abertura das fissuras por *Digital Image Correlation* (DIC), a partir da filmagem da superfície superior durante o ensaio.



**Figura 2 – Sistema de ensaio (fonte: *fib* (2023)).**

Outrossim, foram realizadas medições de deformações nas armaduras posicionadas na região superior, em regiões próximas ao pilar, como apresentado na Figura 3b. Quanto às deformações do concreto, medidas próximas ao pilar junto à face inferior, é possível verificar a posição exata dos extensômetros na Figura 3c. Assim, os resultados apresentados são valores médios entre os 3 pontos de leitura, tanto para as deformações no concreto, quanto da armadura.



**Figura 3 – Pontos de leitura dos (a) deslocamentos e abertura de fissuras, (b) deformações na armadura e (c) deformações no concreto (fonte: *fib* (2023)).**

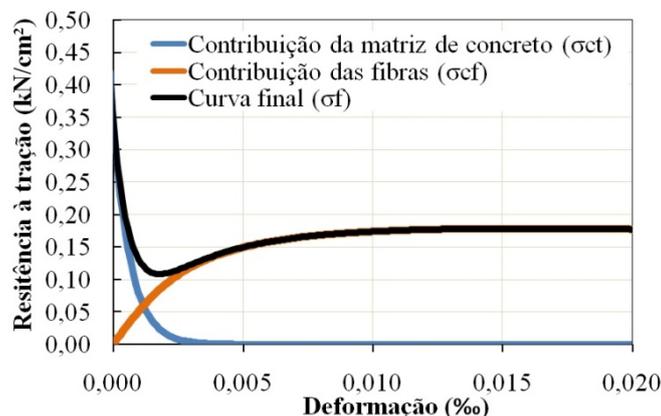
Quanto às propriedades dos materiais, apresentadas na Tabela 1, foram fornecidos dados experimentais de resistência à compressão e tração do concreto aos 22 dias, bem como módulo de elasticidade e tensão de escoamento para a armadura inferior e superior. Além disso, também são apresentadas informações relativas ao volume, comprimento e diâmetro das fibras, informações necessárias para considerar o CRFA na modelagem. Vale mencionar, ainda, que foram empregadas fibras ancoradas, do modelo HE++90/60.

**Tabela 1 – Dados experimentais do concreto, da armadura e das fibras.**

Parâmetro	Valor adotado
Resistência à compressão do concreto aos 22 dias (kN/cm <sup>2</sup> )	5,02
Resistência à tração do concreto aos 22 dias (kN/cm <sup>2</sup> )	0,45
Densidade do concreto (kg/m <sup>3</sup> )	2352
Tensão de escoamento da armadura superior (kN/cm <sup>2</sup> )	61,90
Módulo de elasticidade da armadura superior (kN/cm <sup>2</sup> )	22825
Tensão de escoamento da armadura inferior (kN/cm <sup>2</sup> )	59,72
Módulo de elasticidade da armadura inferior (kN/cm <sup>2</sup> )	23783
Volume de fibras (V <sub>f</sub> ) (%)	0,76
Comprimento das fibras (l <sub>f</sub> ) (cm)	6,00
Diâmetro das fibras (d <sub>f</sub> ) (cm)	0,09

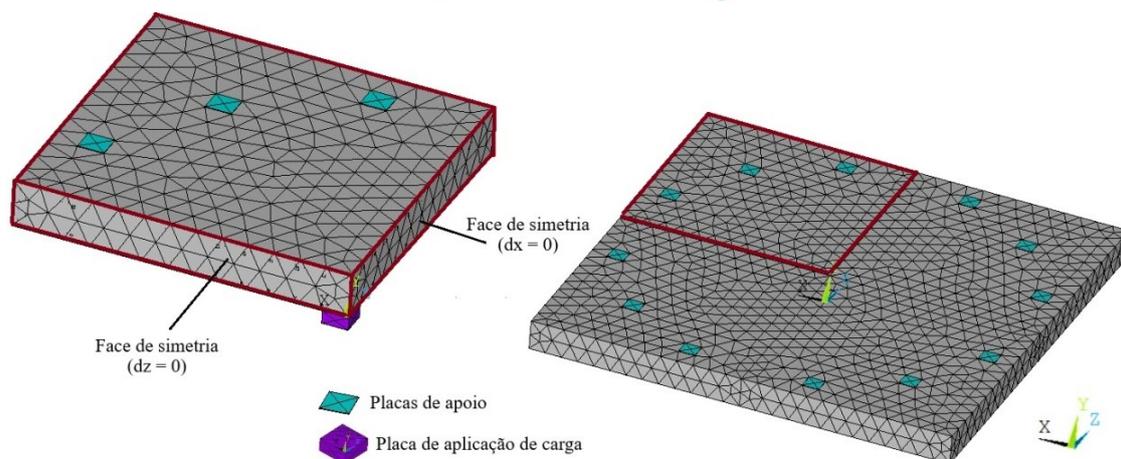
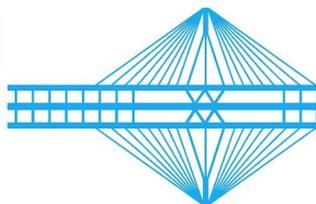
Nessa perspectiva, para levar em consideração o aumento da resistência do concreto ao longo do tempo, foram empregadas as formulações do *fib* Model Code 2010 (2013), sendo que a resistência à compressão na data do ensaio (100 dias) foi considerada como 5,66 kN/cm<sup>2</sup>. Já em relação à tração, além da consideração do aumento de resistência ao longo do tempo, foi necessário multiplicar o dado experimental por um fator redutor de 0,7. Essa medida foi tomada pois o valor experimental se referia a um ensaio de tração na flexão, enquanto que, na USERMAT, o dado utilizado na modelagem se refere à tração simples.

Para levar em consideração a presença das fibras no comportamento à tração do concreto, as formulações apresentadas no item anterior foram aplicadas considerando os dados apresentados na Tabela 1. Assim, a Figura 4 apresenta o comportamento gráfico, pós-fissuração do CRFA empregado no estudo. É possível observar que, diferentemente do concreto convencional, as fibras proporcionam uma resistência residual à tração, logo após o amolecimento do concreto.



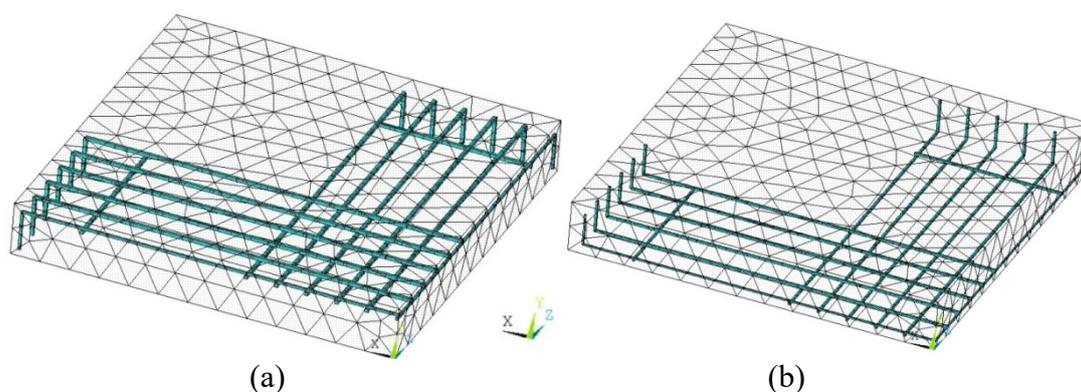
**Figura 4 – Modelagem do comportamento pós-fissuração do concreto.**

Na geometria, foi considerada a simetria da laje, o que tornou possível a modelagem de apenas 1/4 da estrutura, como indicado na Figura 5. Essa medida diminuiu significativamente o tempo de processamento das lajes, tornando as análises mais rápidas e eficientes. Dessa maneira, as condições de contorno levam em consideração a restrição de deslocamentos nas faces de simetria, bem como a imposição de deslocamento nulo no nó central de cada uma das placas de apoio.



**Figura 5 – Modelagem de um quarto da laje.**

Nesse contexto, os volumes de concreto foram modelados com o comportamento à tração do CRFA e demais propriedades do modelo constitutivo empregado na USERMAT. Já as placas de apoio e aplicação de carga foram modeladas como materiais elásticos lineares, de alta rigidez e as armaduras como materiais elastoplásticos. Na modelagem do reforço, não foram inseridas as armaduras construtivas de içamento ou espaçamento, já que as mesmas não exercem influência significativa para o caso analisado. Assim, a Figura 6a ilustra os elementos finitos modelados para a armadura superior e a Figura 6b para o reforço inferior

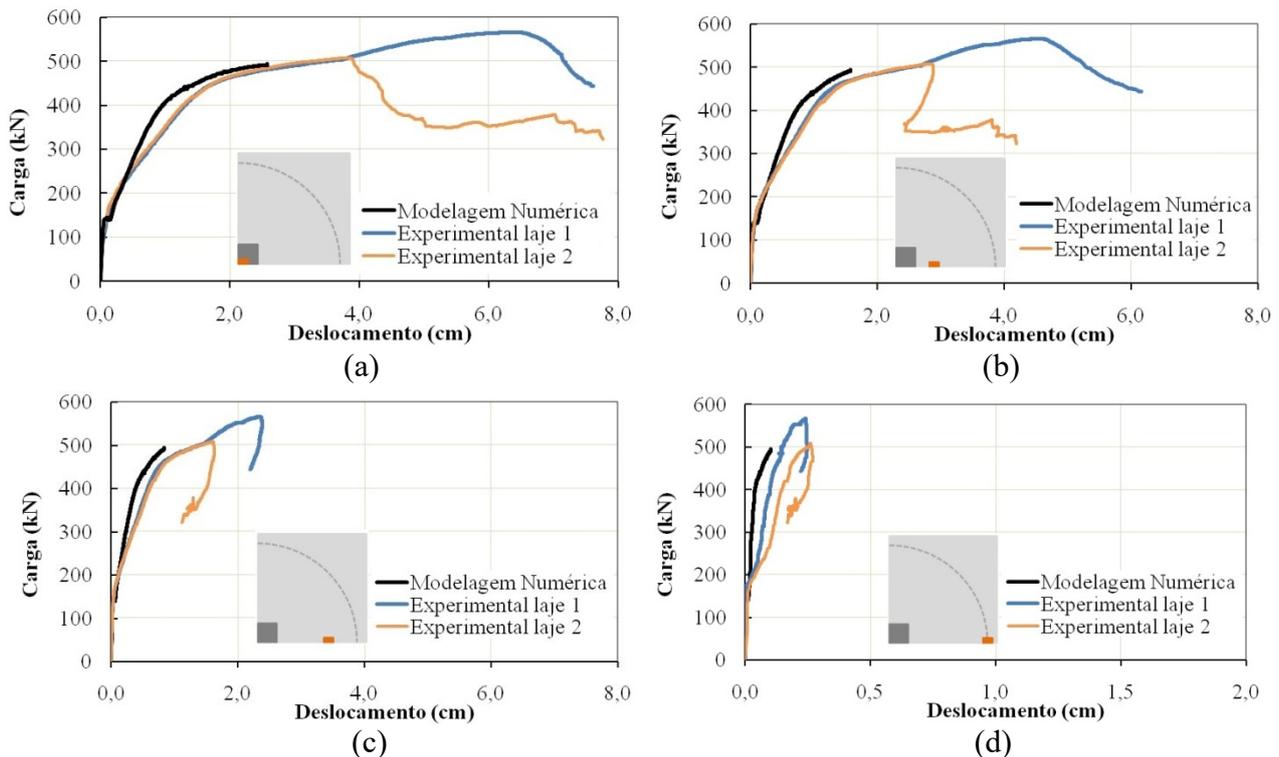


**Figura 6 – Modelagem da armadura (a) superior e (b) inferior.**

Além disso, quanto ao carregamento, foram consideradas 3 fases. A primeira consistiu na passagem de tempo desde a fabricação do material até um dia anterior à idade de ensaio, levando em conta o fenômeno de retração. Já na segunda etapa foi considerada a aplicação de peso próprio, durante um dia, simulando a retirada das formas da estrutura. Por fim, para simular o ensaio foram aplicados incrementos de deslocamento até que a solução parasse de convergir.

## **Resultados e discussões**

Após a simulação, os resultados foram comparados com os dados experimentais. Em relação aos deslocamentos e carga de ruptura, a Figura 7 indica que os dados experimentais são muito próximos para as duas lajes ensaiadas em relação à rigidez, carga da primeira fissura e carga de ruptura, para qualquer ponto de leitura. Em relação à modelagem numérica, foi obtida boa aproximação na carga de início da fissuração, que atingiu cerca de 180 kN, valor próximo ao experimental.



**Figura 7 – Deslocamentos nos pontos de leitura (a) 1, (b) 2, (c) 3 e (d) 4.**

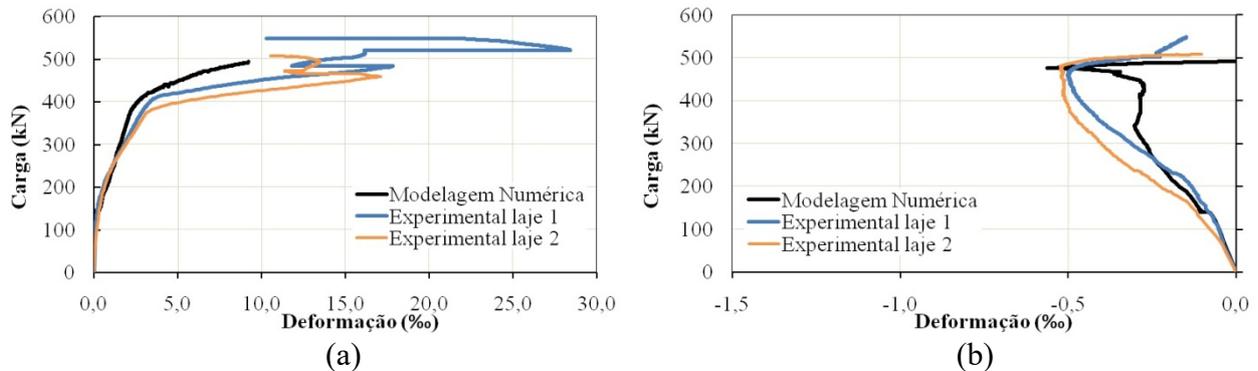
Além disso, foi verificado que a modelagem apresentou rigidez igual ao ensaio experimental até cerca de 50% da carga de ruptura, sendo que, após essa carga, foi verificado que a modelagem se manteve um pouco mais rígida. Já em relação ao final da curva, foi verificada uma inclinação próxima ao experimental, com um comportamento levemente crescente. Nesse aspecto, é possível verificar que em todos os pontos de leitura a análise numérica se mantém próxima ao comportamento experimental até o momento de parada no *software*.

Para as cargas de ruptura, a modelagem atingiu 495 kN, valor 2,5% inferior à carga de ruptura média das lajes ensaiadas, 508 kN. Por outro lado, ao analisar a Figura 7a é possível verificar que os deslocamentos correspondentes à carga de ruptura foram significativamente maiores para os dados experimentais (3,8 cm) quando comparados ao alcançado na modelagem (2,6 cm). Vale mencionar, ainda, que a Figura 7d apresenta escala de deslocamentos diferentes dos demais, já que o ponto de leitura está fixado próximo aos apoios, sendo obtidos pequenos deslocamentos nessa posição.

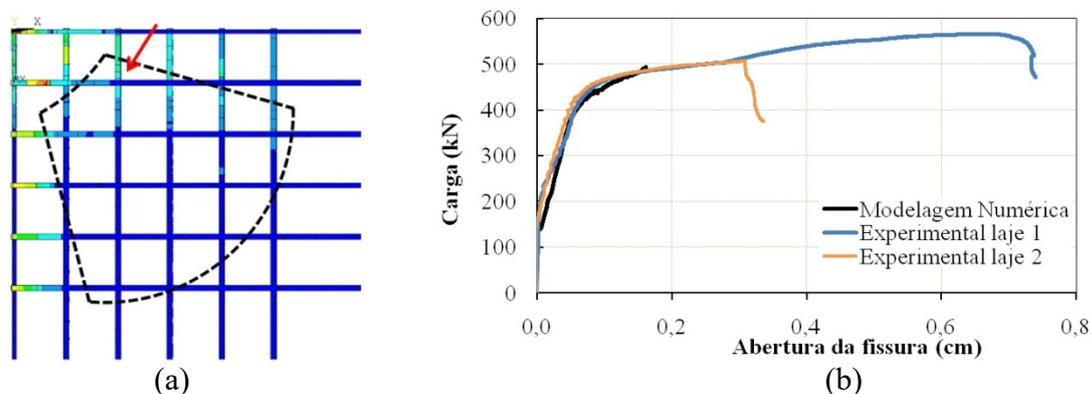
Ademais, a Figura 8a apresenta os dados experimentais e numéricos para a deformação na armadura superior, que representa uma média dos pontos de leitura. Assim, é possível observar um comportamento numérico próximo ao experimental, especialmente em relação ao início das deformações plásticas. Já para as deformações do concreto, foi verificado um comportamento típico de punção, isto é, a diminuição das deformações em níveis próximos à carga de ruptura, como observado na Figura 8b. De forma geral, as deformações lidas foram próximas aos dados experimentais para qualquer nível de carga observado.

Por fim, em relação à abertura das fissuras, foi verificado qual elemento da armadura dentro da região DIC apresentou maiores deformações, como indicado na Figura 9a. Dessa forma, a abertura foi calculada, como descrito anteriormente, pela Equação 5, retirada do *fib Model Code 2010*

(2013). Como pode ser verificada na Figura 9b, a formulação teórica apresentou ótima aproximação, coincidindo com os dados experimentais até o ponto final da simulação.



**Figura 8 – Deformações nas (a) armaduras de flexão e no (b) concreto.**



**Figura 9 – (a) Ponto de coleta das deformações e (b) abertura máxima da fissura.**

## Conclusões

Após empregar um modelo numérico para avaliar lajes submetidas à punção produzidas com CRFA, foi possível observar boas aproximações em relação aos dados experimentais, especialmente em relação às deformações nas armaduras, abertura de fissura e carga de ruptura. Em relação aos deslocamentos, foi verificado um comportamento numérico mais rígido, com menores deslocamentos para o final do ensaio, mas, ainda assim, próximos à curva experimental.

Nesse aspecto, torna-se evidente que a formulação teórica empregada para a consideração das fibras de aço foi adequada na modelagem das lajes apresentadas. Além disso, também foi possível verificar que a estimativa da abertura de fissuras calculada através de formulações do *fib* Model Code 2010 (2013) resultou em boa aproximação dos dados experimentais. Portanto, o CRFA pode ser investigado por simulação numérica computacional alterando apenas o comportamento pós-fissuração do concreto tracionado, mesmo para casos complexos como a punção.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior – e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – pelo apoio na realização desse estudo.

## Referências

- ALVES, V.; OLIVEIRA, L.; SANTOS, A.; TRAUTWEIN, L. Experimental evaluation of the load carrying capacity of SFRC flat slabs varying the rectangularity index of columns. *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 25, 2021. DOI: 10.1007/s12205-021-0456-4.
- AWAD, R.; ATEYAT, A. A.; JUNAID, M. T.; AL-SADOON, Z.; ATOUBAT, S.; MAALEJ, M.; BARAKAT, S. Punching shear capacity of fiber-reinforced concrete suspended slabs: database analysis and models assessments. *J. of Building Engineering*, v. 83, 2024. DOI: 10.1016/j.job.2023.108433
- CHENG, C.; TAFFESE, W. Z.; HU, T. Accurate prediction of punching shear strength of steel fiber-reinforced concrete slabs: a Machine Learning approach with data augmentation and explainability. *Buildings*, v. 14, 2024. DOI: 10.3390/buildings14051223
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (*fib*). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Berlin, Germany, 2013.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (*fib*). Simulation of slabs reinforced with conventional flexural reinforcement and fibres subjected to punching loading configuration: 3rd Blind Simulation Competition, *fib Working Group WP 2.4.1 Modelling of Fibre Reinforced Concrete Structures*, 2023.
- FRAILE, D. H.; FACCIN, E.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G.; MUTTONI, A. Fibre orientation in SFRC slabs and consequences for punching shear and flexural resistance. *Engineering Structures*, v. 302, 2024. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117364
- LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. Using element embedded rebar model in Ansys for the study of reinforced and prestressed concrete structures. *Computers and Concrete*, v. 19, n. 4, p. 347–356, 2017. DOI: 10.12989/cac.2017.19.4.347
- LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R.; RENAN, R. S. G. Numerical simulation of the constructive steps of a cable-stayed bridge using Ansys. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 69, n. 3, p. 269–281, 2019. DOI: 10.12989/sem.2019.69.3.269
- LIU, T.; CAKIROGLU, C.; ISLAM, K.; WANG, Z.; NEHDI, M. L. Explainable machine learning model for predicting punching shear strength of FRC flat slabs. *Engineering Structures*, v. 301, 2024. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117276
- MACHADO, G. G.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R. Numerical simulation by the Finite Element Method of the constructive steps of a precast prestressed segmental bridge. *Structural Eng. and Mechanics*, v. 85, 2023. DOI: 10.12989/sem.2023.85.2.163
- MARÍ, A.; SPINELLA, N.; RODRÍGUEZ, M. A. Mechanical model for the shear-punching strength of steel fiber reinforced concrete slabs under concentric loading. *Structures*, v. 52, 2023. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.04.035
- SCHIMANOWSKI, E. R. Z. Análise da punção em lajes com vazios esféricos através do Método dos Elementos Finitos. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2024.
- TITELLO, E. P. Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.
- VOO, J. Y. L.; FOOSTER, S. J. Variable engagement model for fibre reinforced concrete in tension. Sydney: The University of New South Wales, 2003.