

## **ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDO A VENTO SINÓTICO**

**David Sebastian Bustamante Herquínigo<sup>1</sup>, Mauricio Orlando  
Bustamante Herquínigo<sup>2</sup> Leticia Fleck Fadel Miguel<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal do Rio Grande do Sul / Aluno do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil / sebasbusher@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal do Rio Grande do Sul / Aluno do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil / mauri3684@hotmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal do Rio Grande do Sul / Professora do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil / letffm@ufrgs.br

### **RESUMO**

O vento tem 2 parcelas: uma parte média e uma parte flutuante, quando a frequência natural da estrutura fica próxima da frequência da parte flutuante é necessário uma análise dinâmica da estrutura, pois os efeitos dessa parte flutuante pode causar uma grande diferença nos cálculos dos deslocamentos, velocidades e acelerações. Este artigo analisa os efeitos do vento tanto a parte média como a parte flutuante já que a frequência fundamental da estrutura analisada fica próxima da frequência do vento. Para poder analisar esses efeitos foi criado um código computacional na linguagem "Python" e tendo em consideração a norma de vento ABNT NBR 6123:2023 foi criado um vento artificial com sua parte média e sua parte flutuante.

### **PALAVRAS-CHAVE**

Análise dinâmica de uma estrutura; vento sinótico; frequência fundamental; espectro de Davenport.

### **1. INTRODUÇÃO**

Fazer a análise da resposta dinâmica de uma estrutura é crucial para garantir a segurança e desempenho adequado na edificação. A estrutura terá uma resposta dinâmica quando ela for submetida a uma força dinâmica, ou seja, uma força que varia no tempo. Um exemplo desse tipo de força é o vento. As estruturas altas são mais sensíveis a este tipo de carga, porque pode ocorrer um fenômeno chamado de ressonância que acontece quando a frequência do vento coincide ou se aproxima da frequência fundamental da estrutura, amplificando as vibrações.

O vento pode ser formado por uma contribuição de vento constante somado a flutuações aleatórias com média zero. Assim, para o cálculo do vento, a parcela proveniente do vento constante será tratada como uma força estática e as flutuações aleatórias produzirão o efeito dinâmico.

O presente trabalho tem como objetivo analisar a resposta dinâmica de um edifício de concreto armado com 90 m de altura submetido à ação de um vento sinótico. O modelo escolhido para simular o edifício é um pórtico 2D com elementos de barra do tipo pórtico. A análise será feita no nó do último pavimento em termos de deslocamento, velocidade e aceleração.

### 1.1. Equação do movimento

Para poder encontrar os deslocamentos da estrutura em função do tempo será necessário resolver a equação diferencial de equilíbrio dinâmico, que é apresentada a seguir:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [C]\dot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{F}(t) \quad (1)$$

Onde:

$[M]$ : Matriz de massa global.  $[C]$ : Matriz de amortecimento global.  $[K]$ : Matriz de rigidez global.  $\underline{F}$ : Vetor de cargas global.  $\underline{x}(t)$ : Vetor de deslocamentos em função do tempo.  $\dot{\underline{x}}(t)$ : Vetor de velocidades em função do tempo.  $\ddot{\underline{x}}(t)$ : Vetor de acelerações em função do tempo.

### 1.2. Matriz de Massa Global

Para o elemento de barra de um pórtico plano, a matriz de massa consistente local é dada pela seguinte expressão:

$$M_{ij}^l = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde:

$\rho$ : Massa específica da barra.  $A$ : Área da seção transversal da barra.  $l$ : Comprimento da barra.

### 1.3. Matriz de Amortecimento Global

A matriz de amortecimento usada no trabalho será a Matriz de Amortecimento de Rayleigh que pode ser calculada usando a seguinte expressão:

$$[C] = \alpha_0[M] + \alpha_1[K] \quad (3)$$

Onde os coeficientes  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$  podem ser obtidos resolvendo um sistema linear usando as frequências naturais da estrutura com a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2\omega_0 & \omega_0/2 \\ 1/2\omega_1 & \omega_1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Onde:

$\omega_0$ : Frequência natural número 0 do sistema.  $\zeta_0$ : Razão de amortecimento crítico número 0 do sistema.

As frequências naturais do sistema podem ser obtidas resolvendo um sistema de autovetores e autovalores. A expressão que permite calcular as frequências é a seguinte:

$$[K]\underline{\varphi}_k = \omega_k^2[M]\underline{\varphi}_k \quad (5)$$

Onde:

$\omega_k$ : Frequência natural do modo número k do sistema.  $\underline{\varphi}_k$  Vetor de modos de vibração para o modo número k do sistema.

#### 1.4. Matriz de Rigidez Global

Para o elemento de barra de um pórtico plano, a matriz de rigidez local é dada pela seguinte expressão:

$$K_{ij}^l = \begin{bmatrix} EA/l & 0 & 0 & -EA/l & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 4EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -EA/l & 0 & 0 & EA/l & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (6)$$

Onde:

$I$ : Momento de inércia da seção transversal da barra.  $E$ : Módulo de elasticidade da barra.

A matriz de rigidez global do sistema é uma matriz que possui as matrizes de rigidez local de todos os elementos da estrutura organizados, usando como referência os graus de liberdade globais da estrutura.

#### 1.5. Vetor de Cargas Global

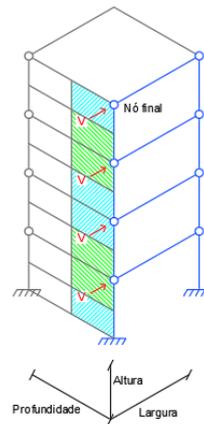
O vetor de cargas será composto por forças produzidas pela ação do vento em função do tempo. A expressão que permite calcular a força é a seguinte:

$$\underline{F}(t) = C_{as} * 0,613\underline{V}(t)^2 * A_e \quad (7)$$

Onde:

$C_{as}$ : Coeficiente de força de arrasto.  $\underline{V}(t)$ : Vetor de velocidade do vento em função do tempo.  $A_e$ : Área efetiva onde está sendo aplicado o vento.

A figura 1 ilustra o modo de cálculo da área efetiva. Como pode ser observado, todos os nós terão uma área efetiva igual à metade do produto entre a profundidade e a largura do prédio com exceção do nó final e inicial, cujas áreas efetivas serão a quarta parte desse produto.



**Figura 1 - Área Efetiva em Cada Nó**

Fonte: Autoral

O vetor de velocidade do vento em função do tempo pode ser calculado como a soma de duas parcelas, uma estática e outra dinâmica. Sendo que a parcela estática é correspondente à velocidade média e a parcela dinâmica é correspondente à parte flutuante. Ele pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$\underline{V}(t) = \underline{V}(z) + \Delta\underline{V}(t) \quad (8)$$

Onde:

$\underline{V}(z)$ : Velocidade média do vento (estática).  $\Delta\underline{V}(t)$ : Vetor de velocidade flutuante.

#### 1.5.1. Velocidade média do vento

O vetor de velocidade média do vento pode ser obtido com as seguintes expressões:

$$\underline{V}(z) = V_0 * S_1 * S_2(z) * S_3 \quad (9); \quad S_2(z) = b * F_r * \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (10)$$

Onde:

$S_1$ : Fator de depende da topografia do terreno.  $S_2(z)$ : Fator de depende da altura da edificação.  $S_3$ : Fator de depende do tipo de uso da edificação.  $F_r$ : Fator de rajada,  $b, p$ : Parâmetros de dependem da categoria e classe.  $z$ : Altura do ponto da edificação sendo analisado.  $V_0$ : Velocidade básica do vento segundo a localização no mapa.

### 1.5.2. Velocidade Flutuante

O vetor da parte flutuante da velocidade é um vetor que varia no tempo no qual todas as suas filas são iguais. As componentes flutuantes podem ser consideradas como processos aleatórios com média zero e serem obtidas através da superposição de ondas harmônicas proposta por Shinozuka e Jan (1972). Ele pode ser obtido com a seguinte expressão:

$$\Delta \underline{V}(t) = \sum_{j=1}^n \sqrt{2 * S_w(f_j) * \Delta f_j} * \cos(2\pi * f_j * t + \theta_j) \quad (11)$$

Onde:

$S_w(f_j)$ : Densidade espectral de potência da componente longitudinal da velocidade do vento flutuante na frequência  $f_j$ .  $\Delta f_j$ : Variação das frequências.  $f_j$ : Frequência  $j$ .  $t$ : Tempo.  $\theta_j$ : Ângulo de fase aleatório com distribuição uniforme dentro de  $[0, 2\pi]$ .

Para o cálculo da densidade espectral de potência da componente longitudinal da velocidade do vento flutuante foi usada a equação de Davenport:

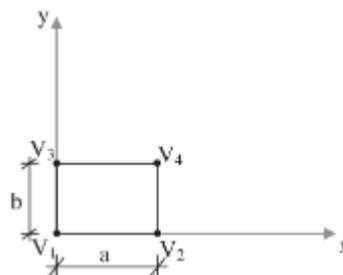
$$S_w(f) = \frac{u_*^2 * 4n^2}{f * [(1+n^2)^{\frac{4}{3}}]} \quad (12); \quad n = \frac{f * 1200}{V_{(z=10)}} \quad (13); \quad u_* = \frac{0,4 * V_{(z=10)}}{\ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \quad (14)$$

Onde:

$u_*$ : Velocidade de fricção do vento.  $z_0$ : Rugosidade do terreno onde se encontra a edificação.

### 1.5.3. Velocidade do vento nos nós da estrutura

Uma vez conhecida a velocidade  $\underline{V}(t)$ , a velocidade nos nós da estrutura serão calculados por um processo de interpolação que consiste em colocar toda a estrutura dentro de um retângulo, cujos vértices terão os valores de  $\underline{V}(t)$  calculados anteriormente. A figura a seguir ilustra o retângulo desse processo.



**Figura 2 - Correlação Espacial do Campo de Velocidades do Vento**

Fonte: Riera e Ambrosini (1992)

Segundo Riera e Ambrosini (1992), os comprimentos de correlação  $a$  e  $b$  dependem das dimensões da edificação e podem ser calculados com as seguintes expressões:

$$a = 1,6B + 22,1 \quad (15); \quad b = 0,93H + 29,3 \quad (16)$$

Onde:

$B$ : Largura da edificação.  $H$ : Altura da edificação.

O processo de interpolação consiste em calcular o valor da velocidade do vento em qualquer ponto desse retângulo onde está inserida a estrutura com a seguinte expressão:

$$V_{(x, y)} = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{a}x + \frac{V_3 - V_1}{b}y + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{ab}xy \quad (17)$$

Onde:

$V_{(x, y)}$ : Velocidade do vento na coordenada  $x$  e  $y$ .  $x, y$ : Coordenadas dos nós,  $a, b$ : Comprimentos de correlação.  $V_i$ : Velocidade do vento nos vértices do retângulo.

### 1.6. Solução da equação do movimento pelo método do Newmark

Uma vez obtidos os valores da matriz de massa, da matriz de rigidez, da matriz de amortecimento e do vetor de cargas é necessário resolver a equação diferencial do movimento. Neste trabalho essa equação será resolvida usando o método de integração direta do Newmark. As expressões a seguir permitem resolver a equação:

$$\underline{x}(t_{i+1}) = (a_0 \mathbf{M} + a_5 \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \left[ \begin{array}{l} \underline{F}(t_{i+1}) + \mathbf{M}[a_0 \underline{x}(t_i) + a_1 \dot{\underline{x}}(t_i) + a_2 \ddot{\underline{x}}(t_i)] + \\ \mathbf{C}[a_5 \underline{x}(t_i) + a_6 \dot{\underline{x}}(t_i) + a_7 \ddot{\underline{x}}(t_i)] \end{array} \right] \quad (18)$$

$$\dot{\underline{x}}(t_{i+1}) = a_5 [\underline{x}(t_{i+1}) - \underline{x}(t_i)] - a_6 \dot{\underline{x}}(t_i) - a_7 \ddot{\underline{x}}(t_i) \quad (19)$$

$$\ddot{\underline{x}}(t_{i+1}) = a_0 [\underline{x}(t_{i+1}) - \underline{x}(t_i)] - a_1 \dot{\underline{x}}(t_i) - a_2 \ddot{\underline{x}}(t_i) \quad (20)$$

$$\ddot{\underline{x}}(t_0) = \mathbf{M}^{-1} [\underline{F}(t_0) - \mathbf{C} \dot{\underline{x}}(t_0) - \mathbf{K} \underline{x}(t_0)] \quad (21)$$

Sendo:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \quad (22); \quad a_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \quad (23); \quad a_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad (24); \quad a_5 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \quad (25); \quad a_6 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \quad (26)$$

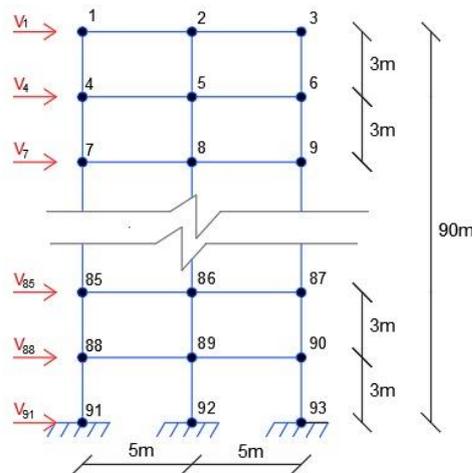
$$a_7 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \quad (27)$$

Onde:

$\Delta t$  : Passo do tempo.  $\delta$  : 0,5,  $\alpha$  : 0,25

## 2. MODELO

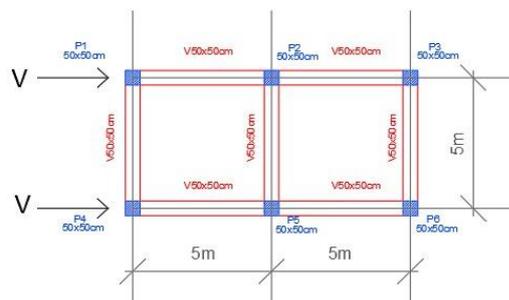
O modelo a ser analisado é um edifício em concreto armado de 90 m de altura com pavimentos tipo com pé esquerdo igual a 3 m e largura igual a 5 m. O edifício se encontra em Porto Alegre e tem como elementos estruturais vigas e pilares com dimensões de 50x50 cm. O modelo conta com 93 nós e 150 elementos de barra e 279 graus de liberdade. Para fazer a simulação numérica foi criado pelo próprios autores um código computacional na linguagem de “Python”. A figura a seguir mostra uma elevação do modelo matemático escolhido.



**Figura 3 - Pórtico Plano do Problema**

Fonte: Autoral

Como pode ser observado na figura 3, foi aplicada uma força de vento apenas no pilar da esquerda. Na figura seguinte é mostrado o pavimento tipo em planta baixa.



**Figura 4 - Planta baixa do Pavimento Tipo**

Fonte: Autoral

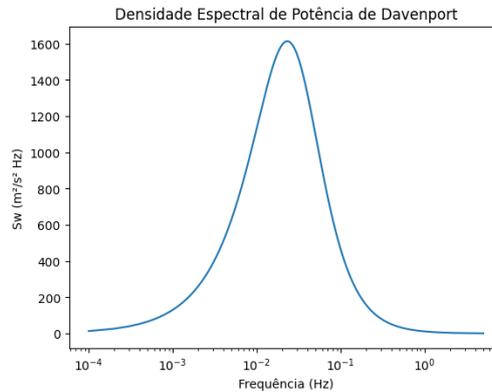
Vale lembrar que o modelo representa apenas um pórtico em duas dimensões, portanto será analisado o pórtico formado pelos pilares P4, P5 e P6.

A seguir são apresentados os valores geométricos e propriedades do modelo:

$\rho$ : 2500 kg/m<sup>3</sup>.  $\zeta_1$  e  $\zeta_0$ : 0,01.  $I$ : 0,005208333 m<sup>4</sup>.  $E$ : 2,852e10 N/m<sup>2</sup>.  $C_{as}$ : 1,19  $S_1$ : 1  $S_3$ : 1.  $b, p$ : 0,84 e 0,135.  $V_0$ : 45 m/s.  $z_0$ : 0,7 m.  $\Delta t$ : 0,1 s

### 3. RESULTADOS

Nas próximas figuras são mostrados alguns gráficos que ilustram os resultados obtidos.



**Figura 5 - Densidade Espectral de Potência de Davenport**

Fonte: Autoral

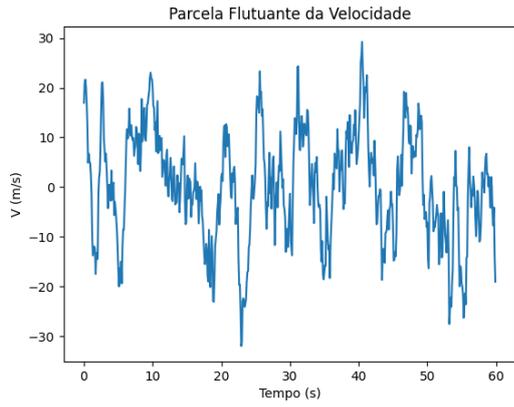
Também são apresentadas as quatro frequências naturais dos primeiros modos de vibração:

M1: 0,4313 Hz. M2: 1,4296 Hz. M3: 2,7252 Hz. M4: 3,9277 Hz

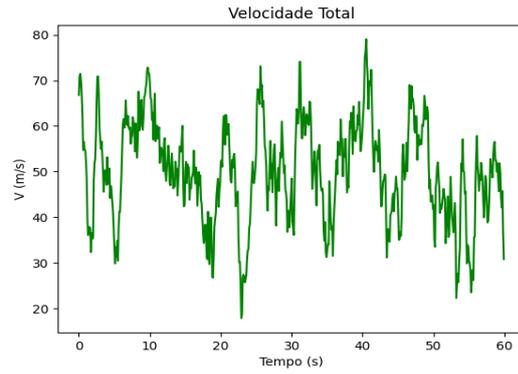
Pode-se observar que a densidade espectral de potência tem seu valor máximo quando a frequência fica entre 0,01 e 0,1. Também foi obtido o valor da frequência fundamental da estrutura resolvendo o problema de autovalores e autovetores percebendo-se que as duas frequências ficam próximas, produzindo vibrações relevantes na estrutura.

Nas figuras 7 e 8 observa-se que os deslocamentos, velocidades e acelerações a partir do segundo 60 começam a ter um decremento logarítmico por causa do amortecimento da estrutura e também pela ausência do vento, já que a duração do vento é de 60 segundos, então a partir desse instante do tempo a estrutura fica em vibração livre e por causa do seu amortecimento a estrutura tende a deixar de vibrar.

Na figura 6 são mostrados os valores das velocidades da parcela flutuante e total:



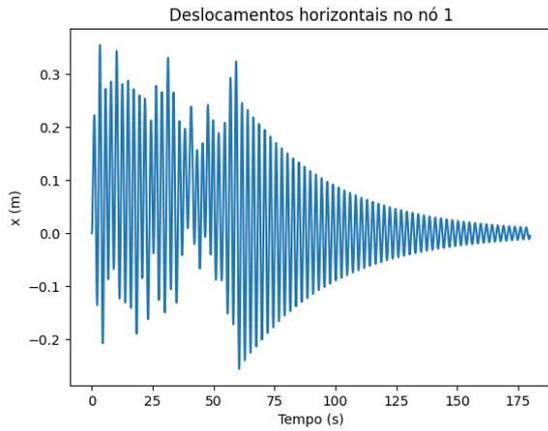
a)



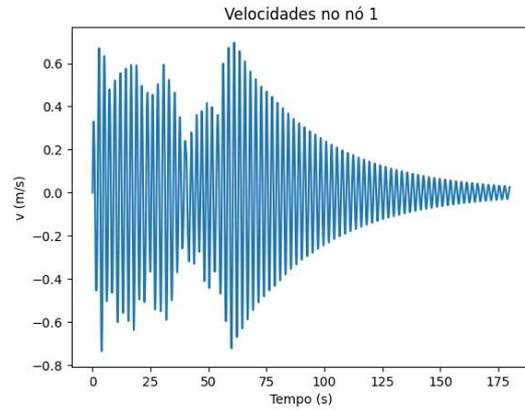
b)

**Figura 6 - a) Parcela Flutuante da Velocidade b) Velocidade Total**

Fonte: Autoral



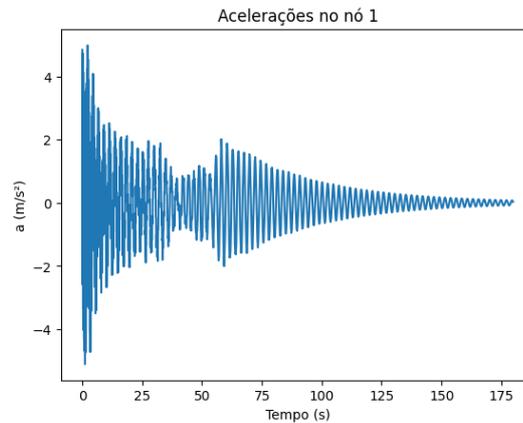
a)



b)

**Figura 7 – Resultados de Deslocamentos e Velocidades no Nó 1: a) Deslocamentos Horizontais e b) Velocidades**

Fonte: Autoral



**Figura 8 - Aceleração no Nó 1**

Fonte: Autoral

Na seguinte parte são apresentados os valores máximos de deslocamento, velocidade e aceleração no nó1:

Deslocamento (cm): 35,49. Velocidade (m/s): 0,696. Aceleração (m/s<sup>2</sup>): 4,984

#### **4. CONCLUSÕES**

Analisando os resultados, é possível perceber que a aceleração no nó 1 do edifício (o nó mais alto que recebe carga de vento) alcançou quase 5 m/s<sup>2</sup>, o que é uma aceleração muito alta. Segundo a ABNT NBR 6123:2023, para garantir o conforto dos usuários do prédio, a aceleração que sofrem os pavimentos não pode ser superior a 0,1 m/s<sup>2</sup>. Assim, é evidente que a aceleração no nó 1 ultrapassa esse valor, podendo chegar à conclusão que o edifício está mal dimensionado. Entretanto, deve-se considerar também que no modelo proposto para esse trabalho, não foram consideradas as lajes de concreto armado que estarão em cada um dos pavimentos e que funcionarão como diafragmas rígidos, aumentando assim a rigidez da estrutura, diminuindo os valores máximos obtidos nos resultados.

Mesmo assim, em um projeto real, sendo necessário solucionar esse problema, existiriam algumas alternativas estruturais, como por exemplo aumentar a seção dos pilares na direção afetada pelo vento analisado, criar pilares de contraventamento, adicionar algum tipo de amortecedor na estrutura, etc.

#### **5. REFERÊNCIAS**

- Associação Brasileira De Norma Técnicas ABNT NBR 6123: Forças Devido ao Vento em Edificações, Rio de Janeiro, ANBT 2023.
- Associação Brasileira De Norma Técnicas ABNT NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos, Rio de Janeiro, ANBT 2023.
- BLESSMAN, J. (2013). O Vento na Engenharia Estrutural. 2. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.
- DAVENPORT, A. G. (1961). The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.
- RIERA, J.D; AMBROSINI, R.D. (1992). Analysis of structures subjected to random loading using the transfer matrix or numerical integration methods. Engineering Structures, v. 14.
- SHINOZUKA, M.; JAN, C.M. (1972). Digital simulation of random process and its applications. Journal of Sounds and Vibration, v. 25, n. 1