



ANÁLISE DE UMA VIGA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E COMPARATIVO EXPERIMENTAL

Lucas Marcon Paz¹, Karoline Nonnenmacher Colferai², Paula Manica Lazzari³

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul; lucas.marcon@live.com

²Universidade Federal do Rio Grande do Sul; karolinecolferai@gmail.com

³Universidade Federal do Rio Grande do Sul; p.manica.lazzari@gmail.com

Resumo

O trabalho analisa a capacidade última de vigas de concreto armado, com e sem reforço metálico, utilizando métodos experimental e numérico. O estudo combina ensaios laboratoriais e simulação no *software* ANSYS. Os resultados mostraram que, para vigas sem reforço, o método numérico reproduziu de forma adequada o comportamento até a fissuração do concreto, com diferenças de até 4% em relação ao ensaio experimental. O reforço metálico aumentou significativamente a capacidade de carga, mas as análises simplificadas não captaram efeitos como descolamento do reforço. Apesar disto, a modelagem numérica apresentou boa aderência aos resultados laboratoriais, mostrando-se uma ferramenta eficiente para prever comportamentos estruturais. O trabalho destaca a importância do refinamento nas hipóteses de aderência e compatibilidade de deformações no planejamento de reforços, evidenciando o potencial das ferramentas utilizadas na otimização de projetos estruturais.

Palavras-chave

Viga em concreto armado; análise numérica; método dos elementos finitos; estudo experimental.

Introdução

O comportamento estrutural de vigas de concreto armado é amplamente estudado devido à sua relevância em aplicações práticas e à complexidade dos fenômenos envolvidos, como fissuração, redistribuição de tensões e ruptura. No entanto, quando o aumento da capacidade de carga é necessário, soluções como o uso de reforços metálicos são frequentemente adotadas, exigindo análises detalhadas para prever seu desempenho. Este trabalho buscou avaliar a capacidade última de vigas de concreto armado, com e sem reforço metálico, por meio de duas abordagens complementares: ensaios laboratoriais e simulações numéricas realizadas no *software* ANSYS. A partir dessa combinação, pretendeu-se investigar a aderência entre os métodos e identificar limitações e vantagens de cada abordagem, especialmente no caso de vigas reforçadas, onde fenômenos como o descolamento da chapa metálica podem impactar significativamente o desempenho estrutural. Este estudo contribui para o aprimoramento das práticas de projeto e reforço em estruturas de concreto armado, demonstrando o potencial das ferramentas analíticas e numéricas na solução de problemas complexos e na otimização de recursos.

Referencial teórico

De acordo com McGuire, Gallagher e Ziemian (2014), a ideia generalizada da técnica de elementos finitos consiste em dividir o meio contínuo de qualquer sólido em diversas regiões, as quais seu comportamento poderia ser descrito por uma série de funções que representariam algumas características do material quando imposto à uma carga, como as pressões nele atuantes ou seus deslocamentos. Os autores ainda afirmam que esta metodologia consegue alcançar aproximações nos resultados extremamente satisfatórias ou muito aproximadas da realidade.

Bathe (1996) descreve que a técnica de elementos finitos ganhou popularidade com o advento da computação e sua contínua melhora. O autor define que, pela metodologia basear-se em um conjunto de sistemas equacionais algébricos, a sua implementação torna-se altamente recomendável para a solução de problemas de engenharia envolvendo mecânica dos sólidos e fluidos em computadores. Os deslocamentos de qualquer tipo de elemento podem ser obtidos através da equação a seguir, de acordo com Bathe (1996). Para ela, basta obter, inicialmente, a matriz de rigidez global dos elementos que compõem a estrutura como um todo e do vetor de forças nela atuantes.

$$KU = R \quad (1)$$

Onde:

K Matriz de rigidez global;

U Vetor de deslocamentos nodais;

R Vetor de forças nodais aplicadas no sistema.

De acordo com Silva (2022), o programa computacional ANSYS apresenta algumas opções de modelos para o seu emprego em materiais diversos a serem simulados. Para o concreto, o autor elenca o SOLID186, o qual se destaca por ser um elemento quadrático tridimensional com três graus de liberdade por nó, contabilizando ao todo 20 nós a cada elemento, como mostra a Figura 1 da forma hexaédrica deste elemento.

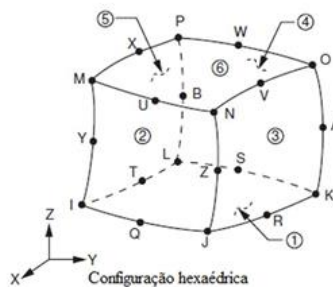


Figura 1 – Elemento SOLID186.

Além deste, Silva (2022) menciona a utilização do elemento REINF264 para o emprego na posição das armaduras que constituem o corpo. O autor o descreve como sendo um elemento que apresenta rigidez apenas uniaxial. Sua representação é vista na Figura 2.

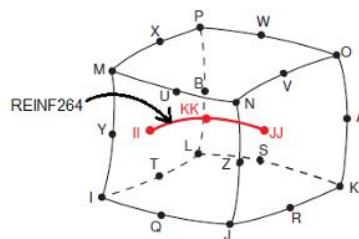


Figura 2 – Elemento REINF264.

De acordo com Lazzari, Campos Filho e Gastal (2014), a implementação de um elemento que descreva o concreto na análise de elementos finitos pode levar em conta o comportamento do material quando este está sob ação de compressão ou tração. Para o primeiro caso, os autores, em sua obra, descrevem que o material é determinado por um critério de ruptura, o qual pode ser determinado no modelo de Ottosen, por um de plastificação, determinado por Von Mises e por uma regra de endurecimento, representado pelo Código Modelo fib 2010.

Matzenbacher, Campos Filho e Pacheco (2010) descrevem que o critério de ruptura de Ottosen (1977) pode ser dado pela Equação 2 a seguir.

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{l_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (2)$$

Onde:

- α Parâmetro relacionado à resistência do material à tração;
- λ Parâmetro relacionado à resistência do material ao cisalhamento;
- β Parâmetro relacionado à resistência do material à compressão;
- J_2 Segundo invariante do tensor desviador de tensões;
- l_1 Primeiro invariante do tensor desviador de tensões;
- f_{cm} Resistência à compressão média do material.

Segundo os autores, a imagem representada na Figura 3 representa a superfície de ruptura do concreto no espaço tridimensional de tensões. Nela, caso o material seja isotrópico e com resistência a tração igual a compressão, há uma simetria a partir da origem dos eixos. Isto não é válido para o concreto, uma vez que o material não atende tais requisitos, entretanto, por ser um material isotrópico, ainda há alguma simetria, porém esta não está exatamente na origem dos eixos.

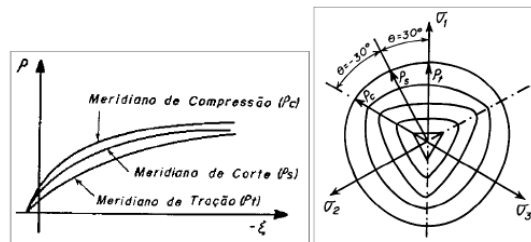


Figura 3 – Meridianos de superfície de ruptura (à esquerda) e seções transversais da superfície de ruptura (à direita).

Segundo Buzar, Partridge e Sahlit (2002), Von Mises sugeriu que o início do escoamento plástico está ligado à energia de distorção do material. Essa teoria, conhecida como teorema da energia distorcional, estabelece que a plastificação ocorre quando a energia interna associada à mudança de forma do material atinge um valor crítico, determinado experimentalmente. Este critério pode ser expresso o segundo invariante do tensor desviatório, como exibido na Equação 3.

$$\begin{cases} J_{2D} < k^2; & \text{caso o material esteja no regime elástico} \\ J_{2D} = k^2; & \text{caso o material esteja plastificado} \end{cases} \quad (3)$$

Onde:

- J_{2D} Segundo invariante do tensor desviador de tensões;
- k Propriedade do material a ser definida por ensaios experimentais.

Ainda de acordo com Buzar, Partridge e Sahlit (2002), um material pode ser definido como isotrópico se respeitar o que é dito na Equação 4.

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Onde:

- σ_0 Tensão de escoamento do material.

Para o concreto comprimido, de acordo com Barbosa, Campos Filho e Real (2023), de acordo com o que apresenta o Código Modelo fib 2010, a relação entre tensão e deformação quando um

carregamento é dito para uma curta duração pode ser expressa pela Equação 5. O gráfico de tensão deformação para o concreto comprimido pode ser visto na Figura 4.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = -\left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}\right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (5)$$

Onde:

σ_c Tensão de compressão;

f_{cm} Resistência média à compressão do material;

k Número plástico;

ε_c Deformação de compressão;

$\varepsilon_{c,lim}$ Deformação de compressão máxima;

η Relação entre deformação de compressão atual e deformação correspondente à máxima tensão de compressão.

A relação entre deformação de compressão atual e deformação correspondente à máxima tensão de compressão é dada pela Equação 6.

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (6)$$

Onde:

ε_{c1} Deformação na máxima tensão de compressão.

Já o número plástico é dado pela Equação 7.

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (7)$$

Onde:

E_{ci} Módulo de elasticidade do concreto;

E_{c1} Módulo secante da origem até o pico da tensão de compressão.

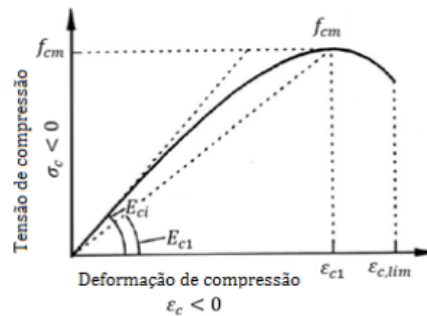


Figura 4 – Diagrama tensão deformação para o concreto comprimido.

Já para o aço, Lazzari e Campos Filho (2014) dizem que este suporta apenas esforços uniaxiais, sendo representado por um material elastoplástico, apresentando o mesmo comportamento tanto à compressão como à tração. Os autores destacam que as barras podem apresentar dois comportamentos distintos, dependendo do seu processo de fabricação. Para aqueles com patamar de escoamento definido, pode-se utilizar um modelo elastoplástico perfeito (visto à esquerda na Figura 5); já para aqueles encruados a frio, utiliza-se um modelo elastoplástico com endurecimento linear para as armaduras (visto à direita na Figura 5).

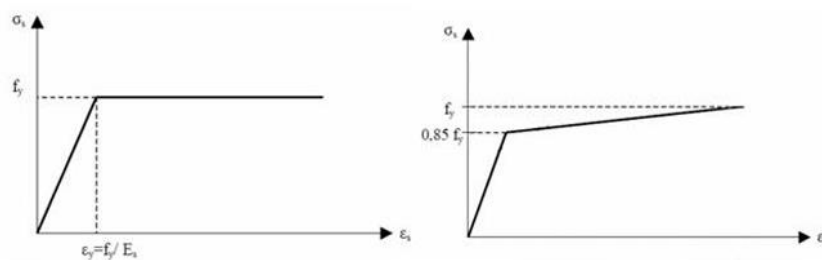


Figura 5 – Modelos elastoplásticos para os dois tipos de aço.

Metodologia

Para o presente trabalho, objetivou-se analisar a carga última de uma viga em concreto armado com seção retangular através do *software* ANSYS. Nele, o corpo estrutural foi modelado adotando os procedimentos de materiais cabíveis. A análise computacional não-linear tem a intenção de encontrar o valor de carga máxima e compará-la, posteriormente, com os resultados reais obtidos em laboratório. Os dados de dimensão de seção da viga, resistência característica à compressão do concreto, áreas de aço utilizadas, pontos de aplicação de carga e outros dados relevantes dos materiais foram retirados de medidas e ensaios feitos em laboratório. Já os dados relativos ao aço, como tensão máxima admissível, módulo de elasticidade e outros foram retirados de ensaios práticos realizados por Tirado (2022). Nisto, inicialmente pode-se tratar da viga como tendo comprimento de 150 cm, base de 12 cm e altura de 20 cm, sendo simplesmente apoiada em um de seus vértices e, na outra ponta, contando com um apoio de segunda ordem. O concreto contava com resistência característica à compressão de 16 MPa; em se tratando dos aços utilizados, as barras inferiores tinham 8 mm de diâmetro com tensão de ruptura igual a 773 MPa, assim como as barras superiores e dos estribos, com a diferença que estas contavam com um diâmetro de 5 mm. A viga que contava com reforço de chapa metálica na face inferior possuía os mesmos aços, sendo que a chapa cobria toda a superfície, contendo 2,8 mm de espessura e tensão de ruptura igual a 380 MPa. Com posse destes dados, uma segunda viga testemunho, com as mesmas medidas, materiais empregados e pontos de aplicação de carga seria ensaiada em laboratório, porém esta contendo um reforço em chapa metálica na sua face inferior. Este reforço seria igualmente simulado no ANSYS, fazendo assim outra comparação entre o ensaio numérico e os resultados reais laboratoriais.

Resultados e discussões

Em laboratório foram ensaiadas ambas as vigas concretadas dias antes. Inicialmente, na fase executiva destes corpos de prova, moldou-se a armadura delas e concretaram-se duas vigas: uma que receberia um reforço em chapa de aço de 2,8 mm de espessura que seria fixada na face inferior do elemento estrutural, sendo que sua adesão ao concreto seria dado por parafusos e com cola epóxi e outra viga que seria rompida sem que houvesse a presença de qualquer tipo de reforço. Na Figura 6, pode-se ver graficamente como as vigas foram montadas.

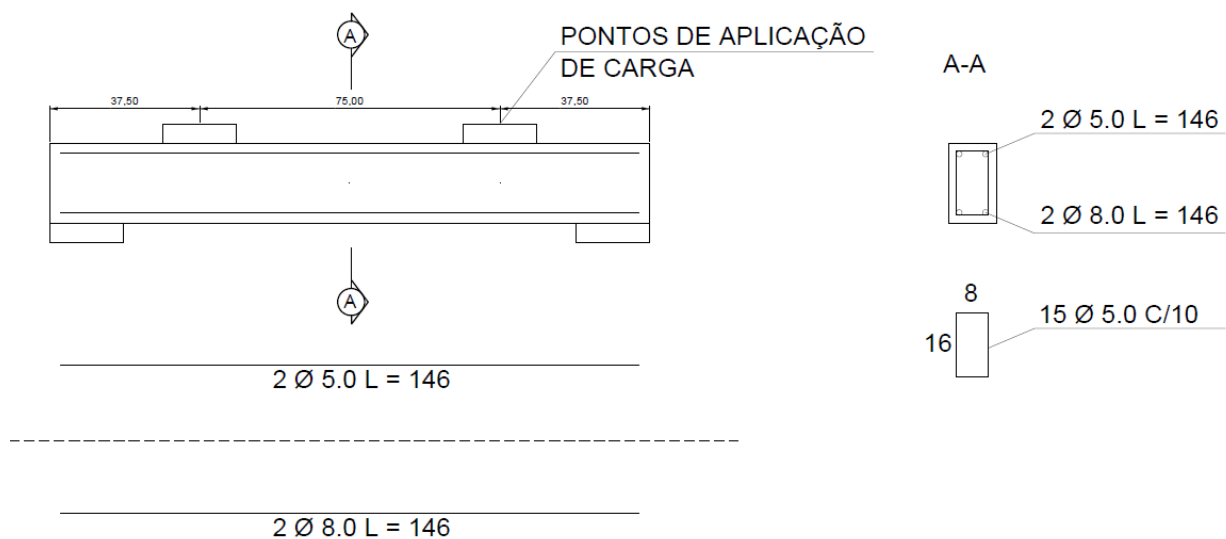


Figura 6 – Representação gráfica das vigas.

Estas armaduras foram montadas com barras de 8 mm na face inferior, recebendo a função de suportar esforços de flexão, barras de 5 mm na face superior, conhecidas como armaduras de montagem e barras de 5 mm que compunham os estribos, capazes de suportar os efeitos causados pelo esforço cortante atuando no corpo. O concreto utilizado também foi elaborado *in situ* com um traço comumente adotado no laboratório. Após 35 dias decorridos da concretagem, fez-se o teste de rompimento das duas vigas. Este ensaio foi feito em uma prensa localizada no mesmo laboratório. Inicialmente analisou-se a viga sem reforço. Os dados de carga observadas no elemento estrutural e os deslocamentos lidos pelo equipamento são exibidos na Figura 7.

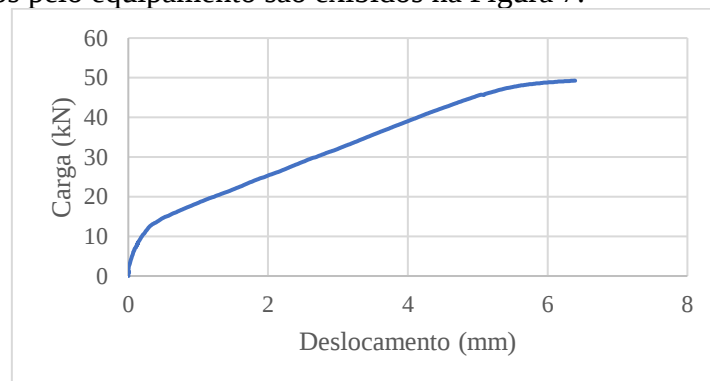


Figura 7 – Diagrama carga x deslocamento para a viga sem reforço.

No gráfico é possível verificar alguns dados relevantes. Inicialmente, mostra-se que até uma carga de, aproximadamente, 8 kN a viga possuía um comportamento linear e, neste ponto, há uma descontinuidade no gráfico. Isto indica que a fissuração do elemento de concreto se inicia, fazendo com que a linha neutra mude de posição e que as armaduras inferiores comecem a absorver mais esforços. O comportamento linear aparenta ter um pico em cerca de 40 kN, onde inicia-se uma curva. A carga máxima analisada foi de aproximadamente 50 kN. Nesta faixa de carregamento, observa-se o aumento das deformações muito descompassado do aumento de cargas, caracterizando o rompimento da viga. Já para a viga com reforço da chapa metálica, o diagrama carga x deslocamento pode ser visto na Figura 8, onde pode-se entender que o corpo de concreto suportou uma carga de, aproximadamente, 85 kN.

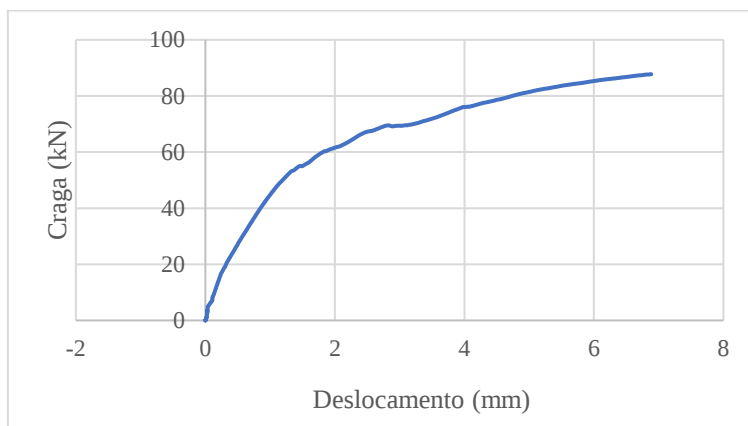


Figura 8 – Diagrama carga x deslocamento para a viga com reforço.

Para a modelagem numérica, fez-se uso do *software* ANSYS. O programa fornece como resultado final um gráfico de carga x deslocamento. O modelo da viga gerado no programa pode ser visto na Figura 9. É importante ressaltar que, pela viga apresentar simetria tanto no eixo x, quanto no eixo y, podia-se modelar apenas $\frac{1}{4}$ dela. Isto é positivo do ponto computacional, uma vez que o tempo de processamento diminui em 75%. Ademais, destaca-se ainda que, para o material concreto, fez-se uso do elemento SOLID186 na sua geometria hexagonal, demonstrado anteriormente na Figura 1, o qual conta com 20 nós, sendo que cada um possui três graus de liberdade. Para os apoios e placas de aplicação de carga, porém, utilizou-se o elemento SOLID185, igualmente hexagonal, mas com 8 nós. Optou-se por este, pois, nos apoios e placas, não haveriam medições e extrações de dados relevantes para o trabalho, ou seja, um elemento mais simples poderia ser adotado, tornando o processamento mais eficiente e veloz. Já para o aço, fez-se uso do elemento REINF264, o qual simula uma fibra embutida no elemento de concreto, aplicando ao modelo a aderência entre os dois materiais vista em estruturas de concreto armado. Em se tratando das equações constitutivas dos materiais, foi utilizado o modelo de Drucker-Prager, conhecido por ser compatível com o comportamento do concreto quando sob carregamento. Para o aço, fez-se uso das equações que descrevem o modelo bilinear isotrópico, sendo que as barras inferiores contavam com processo de fabricação a frio com endurecimento, enquanto as barras superiores e dos estribos são de fabricação a quente com um patamar reto e sem endurecimento. Evidencia-se ainda o fato de que, no processamento da estrutura, a carga era aplicada em passos que podiam ser pré-determinados, sendo que, para os resultados obtidos, dividiu-se esta aplicação de esforços em 100 etapas. Destaca-se ainda o fato de que, no teste de malhas, foram feitas simulações com elementos de tamanho máximo entre 2,5 e 5 cm, sendo que este último apresentou resultados muito similares à malha menor, sendo então adotado para o estudo em questão.

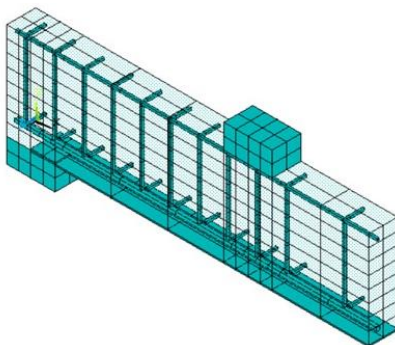


Figura 9 – Modelo numérico realizado.

Como resultado, para a viga sem reforço, o gráfico carga x deslocamento pode ser visto na Figura 10 a seguir. Já para a viga com reforço, o mesmo gráfico pode ser visto na Figura 11.

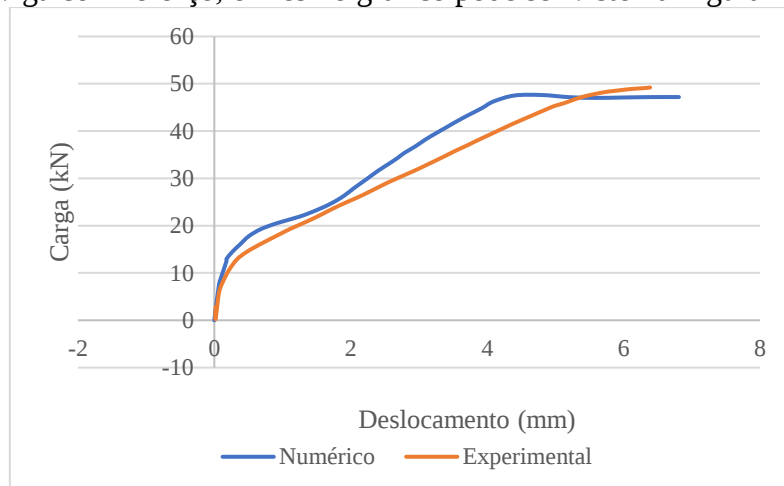


Figura 10 – Gráfico carga x deslocamento para a viga sem reforço de acordo com o ANSYS.

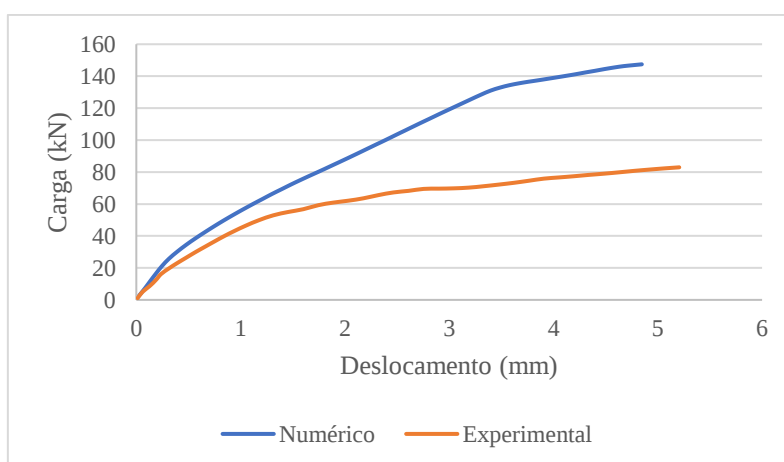


Figura 11 – Gráfico carga x deslocamento para a viga com reforço de acordo com o ANSYS.

Com o carregamento último na viga sem reforço, pode-se determinar um valor aproximado de 48 kN, enquanto para a viga reforçada aproxima-se de um valor igual a 138 kN. A abordagem aqui referida pode ser comparada diretamente com os resultados experimentais coletados, uma vez que ambos geraram um gráfico com os mesmos resultados.

Outros dados interessantes podem ser extraídos do programa, como a análise das tensões no corpo como um todo. Na Figura 12, vê-se um comparativo de esforços agindo tanto no concreto quanto nas armaduras. Estas imagens exibem exatamente o mesmo momento (instante 1,4) de aplicação de carga para os dois casos. Nela, pode-se ver que o concreto sofre uma tensão de, aproximadamente, 1,31 MPa de tração na parte inferior da viga, enquanto na parte superior, onde a carga é aplicada, nota-se 27,20 MPa de compressão e zonas mais amplas onde a tensão gira em torno de 18 MPa, sendo este dado condizente com a tensão resistente à compressão ensaiada em laboratório. No mesmo instante, a armadura inferior, responsável por absorver os esforços de flexão, suporta uma tensão de 616,75 MPa.

Ademais, o mesmo pode ser inspecionado na viga reforçada. Igualmente, em um mesmo instante de carregamento, a face inferior do concreto, onde encontra-se o reforço, sofre uma tensão de tração de

1,54 MPa, enquanto a chapa metálica é submetida a 393,1 MPa de tração; já as armaduras inferiores da viga suportam 609,56 MPa, como visto na Figura 13.

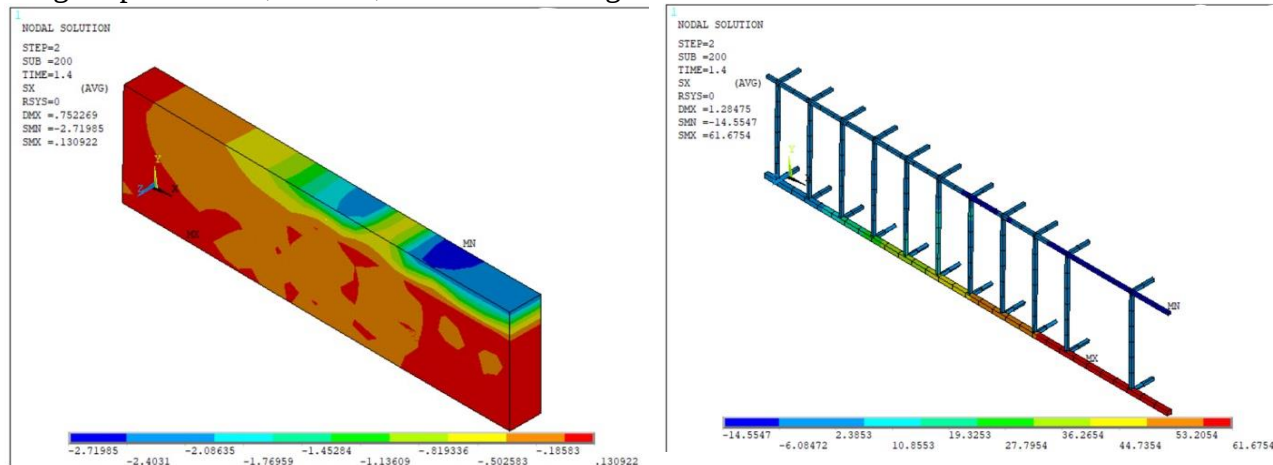


Figura 12 – Comportamento da viga sem reforço quando submetida à tensão.

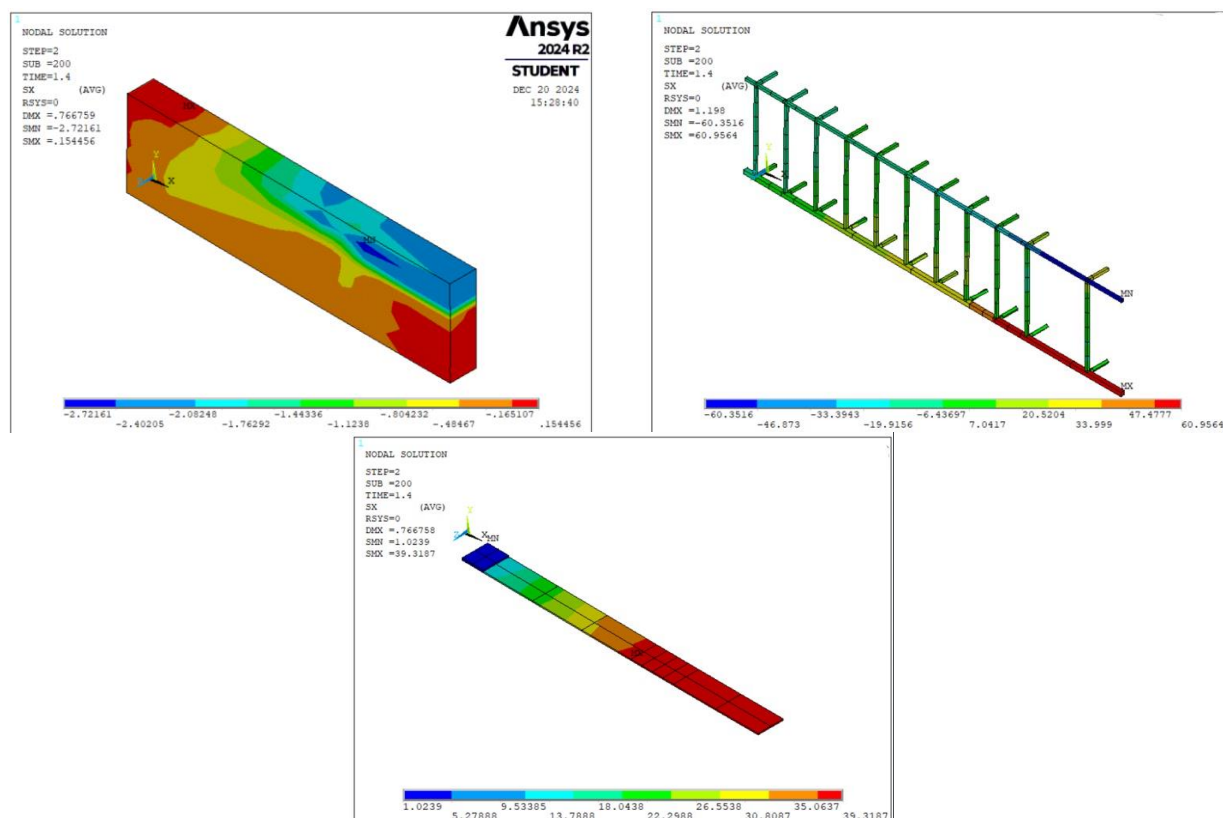


Figura 13 – Comportamento da viga com reforço quando submetida à tensão.

Conclusões

Neste estudo, foi analisada a carga última de vigas de concreto armado, com e sem reforço metálico, utilizando métodos experimentais e numéricos. A partir dos resultados apresentados, é possível concluir que o comportamento da viga sem reforço demonstrou boa aderência entre os modelos numérico e experimental até o ponto de fissuração do concreto. Após este, foi observada uma leve divergência nos resultados, atribuída à simplificação de hipóteses nos modelos. Muito além, a carga

última obtida experimentalmente de 50 kN mostrou-se próxima aos valores obtidos pelo modelo numérico, com 48 kN, uma diferença de apenas 4%.

Em se tratando do reforço metálico, este proporcionou um aumento significativo na capacidade de carga das vigas, com a carga última atingindo 85 kN no ensaio experimental, enquanto a análise no ANSYS retornou um resultado de 138 kN para este dado. Esta diferença de 38% pode se dar pelo fato de que, na análise numérica, foi considerada uma aderência perfeita entre a chapa de aço e o concreto, o que não se traduz na realidade. Em laboratório o que se observa é o descolamento do reforço ao passo em que a carga aumenta. Muito além, os parafusos também acumulam tensões, ajudando no rompimento do corpo. O comportamento tensionado após o início da plastificação demonstrou que o reforço foi eficaz até o ponto de descolamento da chapa, evidenciado tanto nos testes laboratoriais quanto no comportamento dos gráficos de carga x deslocamento.

Referências bibliográficas

- BARBOSA, P. R. O.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. V. SIMULAÇÃO NUMÉRICA NÃO LINEAR DE PILARES DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DO SOFTWARE ANSYS. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**. 2023. Disponível em: < <https://revistas.ufg.br/reec/article/view/59343>>. Acesso em 11 de dezembro de 2024.
- BATHE, K.. **Finite Element Procedures**. Nova Jersey: Prentice-Hall. 1996.
- BUZAR, M. A.; PARTRIDGE, W.; SAHLIT, C. L. ELEMENTOS FINITOS HÍBRIDOS APLICADOS À ANÁLISE PLÁSTICA LIMITE DE PROBLEMAS DE ESTADO PLANO DE TENSÕES COM A UTILIZAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE TRESCA E DE VON MISES. **Mecânica Computacional**. 2002. Disponível em: <<https://venus.ceride.gov.ar/ojs/article/download>>. Acesso em: 11 de dezembro de 2024.
- LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; GASTAL, F. P. S. L. ANÁLISE ESTRUTURAL NÃO LINEAR DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O ANSYS 14.5. **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**. 2014. Disponível em: < chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.abpe.org.br/trabalhos/trab_50.pdf>. Acesso em: 11 de dezembro de 2024.
- MATZENBACHER, C. W.; CAMPOS FILHO, A.; PACHECO, A. R. ANÁLISE DA RUPTURA POR FLEXÃO E CORTANTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS. **Mecânica Computacional**. 2010. Disponível em: < <https://amcaonline.org.ar/ojs/index.php/mc/article/download/3716/3627>>. Acesso em: 11 de dezembro de 2024.
- MCGUIRE, W.; GALLAHER R. H.; ZIEMIAN, R. D. **Matrix Structural Analysis**. 2º edição. 2014.
- SILVA, G. R. **CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE LAJES LISAS: ESTADO LIMITE ÚLTIMO À PUNÇÃO**. 2022. 235 f. Tese de doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- TIRADO, L. H. B. **ANÁLISE EXPERIMENTAL DE MÉTODOS DE ANCORAGEM DE POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO (PRFC) EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO**. 2022. 186 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.