



Análise Experimental e Computacional de Viga Cantiléver com e sem Atenuador de Vibração

**Patrick Tomaz¹, Cassiano Pinzon², Guilherme Fleith de Medeiros¹, Francisco Dalla Rosa¹
Zacarias Martin Chamberlain Pravia¹**

¹ Universidade de Passo Fundo (UPF)
Instituto de Tecnologia (ITec/UPF)

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental (PPGeng) / 178790@upf.br/ guifleith@upf.br/
dallarosa@upf.br/ zacarias@upf.br

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL)
Departamento de Ensino, Pesquisa e Extensão (DEPEX)/ cassianopinzon@ifsul.edu.br

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo sobre a aplicação de um atenuador de vibração massa mola sintonizado em uma viga de alumínio em balanço, com o objetivo de reduzir os efeitos de vibrações induzidas harmonicamente. A pesquisa combina análise experimental e simulação numérica para avaliar a eficiência do atenuador na redução da resposta dinâmica da estrutura. O sistema foi modelado como um conjunto de dois graus de liberdade, e os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento foram ajustados para atuar próximo à frequência natural da viga. Ensaios foram realizados utilizando um sistema de excitação controlada, com medições de aceleração na extremidade livre da viga, comparando-se os cenários com e sem a presença do atenuador. Paralelamente, a modelagem numérica foi implementada em ambiente computacional para prever o comportamento dinâmico do conjunto. Os resultados obtidos demonstram uma redução significativa na amplitude de vibração, validando a eficácia da técnica tanto experimentalmente quanto numericamente. Este estudo contribui para o entendimento e aplicação de atenuadores em estruturas sujeitas a excitações dinâmicas.

Palavras-chave

Vibrações; Atenuador; Análise Experimental; Simulação Computacional.

1. Introdução

Vibrações em estruturas, como vigas em balanço, são um desafio recorrente na Engenharia Civil e Mecânica, podendo causar desconforto aos usuários e até falhas estruturais em casos mais severos. Dispositivos redutores de vibrações têm se mostrado eficazes na mitigação dessas vibrações, por atuarem como sistemas passivos que absorvem energia vibratória quando corretamente sintonizados com a frequência natural da estrutura (Yang, Sedaghati & Esmailzadeh, 2021).

Estudos prévios, como o de Ozturk et al. (2022), demonstram a eficácia de amortecedores na redução de deslocamentos e acelerações em vigas em balanço por meio de simulações computacionais aliadas a algoritmos de otimização. Complementarmente, Chen et al. (2017) realizaram uma investigação experimental utilizando um sistema de amortecimento baseado em correntes de Foucault aplicado a uma viga cantiléver, comprovando sua robustez e eficiência na atenuação das vibrações.

A aplicação de atenuadores de vibrações em estruturas tem sido amplamente estudada na literatura. Menezes (2020) desenvolveu um estudo abrangente sobre otimização de amortecedores de massa sintonizados no controle de vibrações em vigas e placas, demonstrando que através de processos de otimização é possível alcançar a mesma eficiência na resposta estrutural utilizando massa e taxa de amortecimento menores. Este trabalho evidencia a importância da otimização dos parâmetros do atenuador para maximizar sua eficácia.

Estudos experimentais e computacionais combinados têm se mostrado fundamentais para validação de modelos teóricos. Carmona (2016) propôs um amortecedor para atenuação de vibrações em pisos de concreto através de análise numérica e experimental, demonstrando a importância da correlação entre resultados teóricos e práticos.

A análise modal de frequências naturais de vibração em estruturas tipo viga tem sido objeto de diversos estudos (Moraes et al. 2018), fornecendo base teórica fundamental para o dimensionamento adequado de sistemas de controle de vibrações. Estes e outros estudos como de Krenk (2005), demonstram que a identificação precisa das frequências naturais é crucial para o projeto eficiente de atenuadores.

Diante disso, este artigo realiza um estudo combinado — analítico, experimental e numérico — da aplicação de um atenuador de vibrações em uma viga metálica em balanço, abordando a modelagem matemática do sistema, simulação numérica via SolidWorks, verificação experimental em laboratório e comparação entre os resultados obtidos.

2. Metodologia

O presente estudo empregou uma abordagem combinada, integrando modelagem matemática, simulação numérica e experimentação laboratorial para investigar a eficácia de um atenuador de vibração massa-mola em uma viga cantiléver de alumínio. O objetivo principal foi avaliar a capacidade do atenuador em reduzir vibrações induzidas harmonicamente, comparando cenários com e sem a presença do mesmo. A metodologia foi estruturada em três pilares principais: modelagem analítica, simulação computacional e ensaios experimentais.

2.1. Modelagem Matemática da Viga com e sem atenuador

O sistema em estudo consiste em uma viga metálica em balanço com um atenuador massa-mola acoplado na extremidade livre, submetido a uma excitação harmônica. O atenuador visa reduzir a amplitude de vibração da viga. A viga foi modelada como um sistema discreto de um grau de liberdade (1-DOF) sem atenuador e de dois graus de liberdade (2-DOF) com atenuador. O vetor de deslocamentos generalizados é:

$$x = [x_1 \ x_2] \quad (1)$$

Onde: x_1 é o deslocamento da viga e x_2 o deslocamento absoluto do atenuador.

A equação geral do movimento do sistema é:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (2)$$

Onde: M , C e K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e $F(t)$ é o vetor de forças externas. As matrizes são definidas como:

- Matriz de massa:

$$M = [m_1 \ 0 \ 0 \ m_2] \quad (3)$$

- Matriz de rigidez:

$$K = [k_1 + k_2 \ -k_2 \ -k_2 \ k_2] \quad (4)$$

- Matriz de amortecimento:

$$C = [c_1 + c_2 \ -c_2 \ -c_2 \ c_2] \quad (5)$$

- Vetor de forças externas:

$$F(t) = [F_0 \sin(\omega t) \ 0] \quad (6)$$

Efeitos de cisalhamento foram desconsiderados neste modelo simplificado, aceitável para vigas esbeltas onde a vibração ocorre predominantemente no primeiro modo. As equações diferenciais do movimento para o sistema com atenuador são:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = F_0 \sin(\omega t) \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad (8)$$

Para o caso sem atenuador, a equação se reduz a:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = F_0 \sin(\omega t) \quad (9)$$

2.2. Dimensionamento dos Parâmetros do atenuador

O dimensionamento do atenuador foi baseado em métodos clássicos, sem otimização automatizada. Os parâmetros definidos foram massa (m_2), rigidez (k_2) e amortecimento (c_2).

- Massa do atenuador (m_2): Escolhida como uma fração da massa equivalente da viga (m_1), adotando-se:

$$m_2 = 0,01 m_1 \quad (10)$$

Conforme recomendações da literatura (1% a 10%).

- Rigidez do atenuador (k_2): Determinada pela condição de sintonização com a frequência natural do primeiro modo da viga sem TMD (ω_1), ou seja:

$$k_2 = m_2 \omega_1^2 \quad (11)$$

Isso garante a otimização da eficiência do atenuador na redução da vibração ressonante.

- Amortecimento do atenuador (c_2): Estimado para fornecer um amortecimento crítico específico para o subsistema atenuador, utilizando a equação:

$$c_2 = 2 \zeta_2 \sqrt{m_2 k_2} \quad (12)$$

Para este estudo, foi adotado:

$$\zeta_2 = 0,05 \quad (13)$$

Um valor coerente com projetos práticos e a literatura de referência. A ausência de otimização automatizada permitiu focar na comparação entre os modelos matemático, computacional e experimental.

2.3. Modelo Numérico como Apoio Teórico

Para complementar a modelagem matemática e validar os resultados experimentais, foi implementado um modelo numérico detalhado da viga no software SolidWorks *Simulation* 2023. A análise por elementos finitos permitiu simular o comportamento dinâmico da estrutura sob excitação harmônica, nas configurações com e sem o atenuador de vibração, gerando dados de aceleração comparáveis aos obtidos em laboratório.

2.3.1. Modelagem Geométrica e Propriedades do Material

A viga em balanço foi modelada em 3D no SolidWorks 2023, com dimensões e geometria físicas replicadas. O engastamento foi simulado por uma restrição de "Geometria Fixa", que bloqueia todos os graus de liberdade na extremidade da viga. O material adotado foi Liga de Alumínio 2014, com propriedades mecânicas padrão (Módulo de Young, Coeficiente de Poisson e Densidade) atribuídas pelo software.

O atenuador de vibração foi representado por uma massa separada na montagem, com massa efetiva determinada por seu material e geometria. A conexão com a viga foi feita por um conector do tipo mola linear, cujas propriedades foram definidas conforme o dimensionamento descrito na Seção 2.2.

2.3.2. Configuração das Análises Dinâmicas

Foram realizados estudos de Análise de Histórico de Tempo (*Transient*) para avaliar a resposta dinâmica do sistema nos seguintes cenários:

Análise de Frequência (Modal): Previamente às simulações dinâmicas, um estudo de Frequência foi executado na viga sem o atenuador para determinar suas frequências naturais e formas modais. A primeira frequência natural identificada neste estudo foi de 3.6085 Hz (Figura 1), valor que foi utilizado como parâmetro chave para o dimensionamento do atenuador massa-mola.

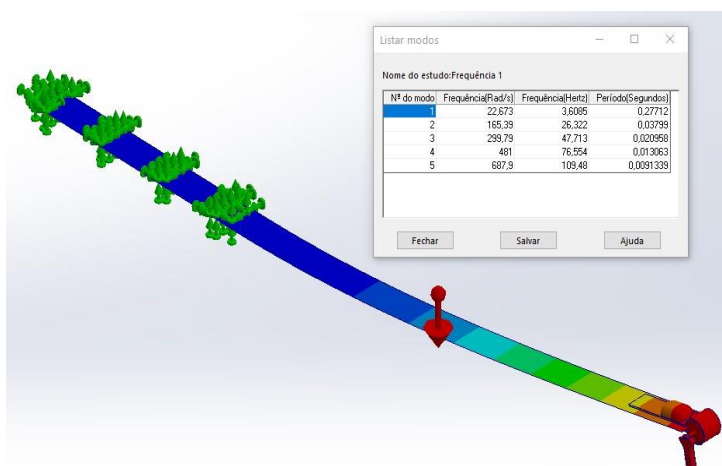


Figura 1 - Frequências Naturais sem atenuador massa-mola.
Fonte: Autores (2025).



Vibração Livre: Para simular a vibração livre amortecida da viga, uma carga de pulso de força de curta duração foi aplicada em um ponto da extremidade livre da viga no tempo zero. Esta carga inicial forneceu energia para o sistema vibrar livremente sob o efeito de seu amortecimento estrutural. O amortecimento global do sistema (viga) foi modelado utilizando amortecimento modal, com um fator de amortecimento crítico de 5% para simular a dissipação de energia.

Vibração Forçada por ERM (Sem e Com atenuador): A excitação harmônica proveniente do motor vibrador (ERM) foi simulada através da aplicação de duas forças harmônicas defasadas em 90 graus na extremidade livre da viga. A magnitude de cada força foi calculada em 0,720 N, com base na massa excêntrica (19g), raio excêntrico (15mm) e na frequência de rotação medida de 8 Hz. Esta frequência de excitação de 8 Hz foi empregada por corresponder ao valor real obtido nas medições físicas do motor vibrador. As simulações foram executadas tanto para a configuração da viga sem massa-mola quanto para a viga com massa-mola acoplada.

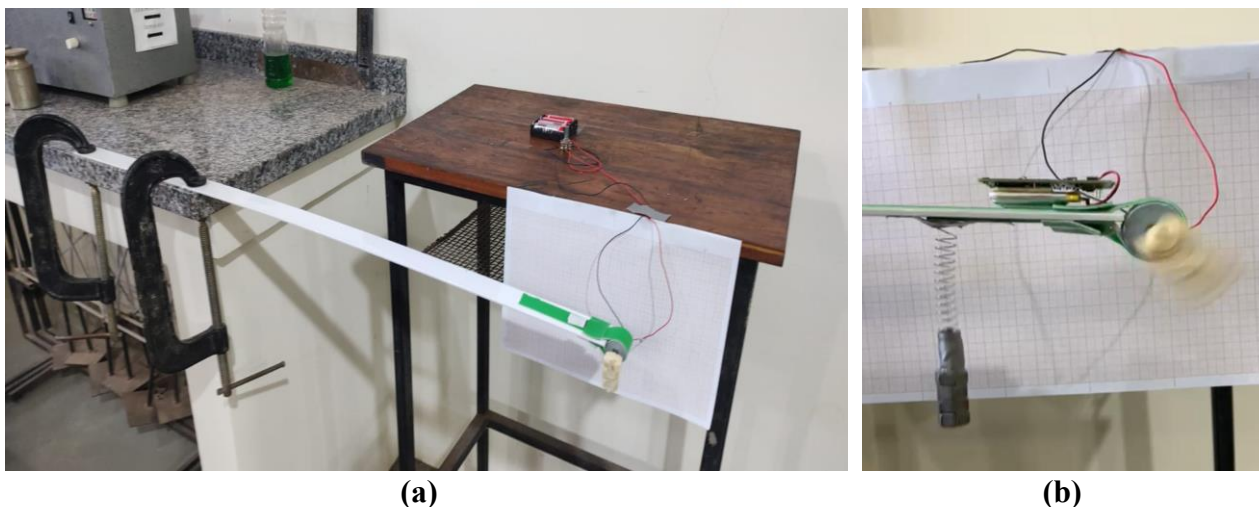
2.3.3. Parâmetros de Simulação e Malha

A malha do modelo foi gerada com elementos de casca e sólidos de alta ordem. Refinamentos de malha foram aplicados em regiões de interesse, como a área de engastamento e os pontos de aplicação das cargas e conexões da mola, para garantir a precisão dos resultados. Os parâmetros de simulação de Histórico de Tempo, como o tempo final de análise (15 segundos) e os passos de tempo (definidos para assegurar uma resolução temporal adequada da resposta dinâmica do sistema), foram configurados cuidadosamente.

2.4. Estudo Experimental

O estudo experimental visa validar os resultados do modelo computacional, analisando a resposta dinâmica da viga cantiléver metálica com e sem atenuador de vibração. Os testes foram realizados em ambiente controlado, com a viga submetida a excitação harmônica por um motor vibrador. Os materiais utilizados incluem a viga metálica cantiléver, o atenuador, motor vibrador e sensores (acelerômetros/transdutores de deslocamento) conectados a um sistema de aquisição de dados.

O procedimento experimental consiste em duas etapas: teste sem atenuador e teste com atenuador. Em ambas as etapas, a viga foi submetida à excitação harmônica e as respostas foram registradas. Os sinais capturados pelos sensores foram processados para extrair informações como amplitudes de vibração, frequências naturais e a eficácia do atenuador na redução das vibrações.



**Figura 2 - Ensaio experimental: (a) visão geral do equipamento;
(b) detalhe da execução do ensaio.**
Fonte: Autores (2025).

3. Resultados Obtidos da Simulação Numérica

A partir das análises numéricas, foram extraídos gráficos de aceleração em função do tempo para a extremidade livre da viga em todos os cenários simulados. Estes resultados computacionais são apresentados e comparados com os dados experimentais obtidos em laboratório na Seção 4, visando validar o modelo numérico e demonstrar a eficácia do sistema massa-mola na atenuação das vibrações.

4. Resultados

A partir dos testes experimentais e numéricos, obtiveram-se os resultados para as três condições avaliadas na viga cantiléver, os quais são apresentados na sequência.

A Figura 3 apresenta o sinal filtrado medido experimentalmente da viga sem o excitador, mostrando acelerações (g) entre aproximadamente -1,5 e 1,0.

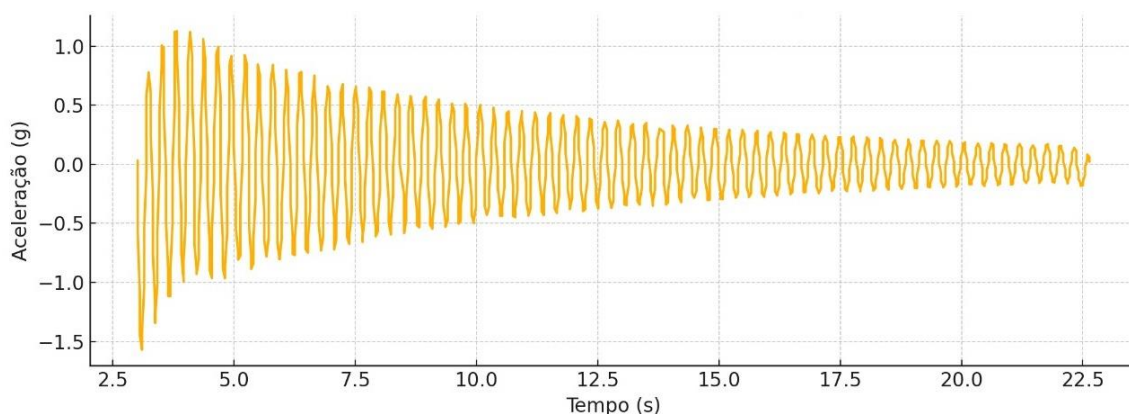


Figura 3 - Sinal Filtrado de viga sem excitador.
Fonte: Autores (2025).

A Figura 4 apresenta o sinal filtrado medido experimentalmente da viga com o excitador e sem o atenuador, mostrando acelerações (g) entre aproximadamente -1,0 e 0,75.

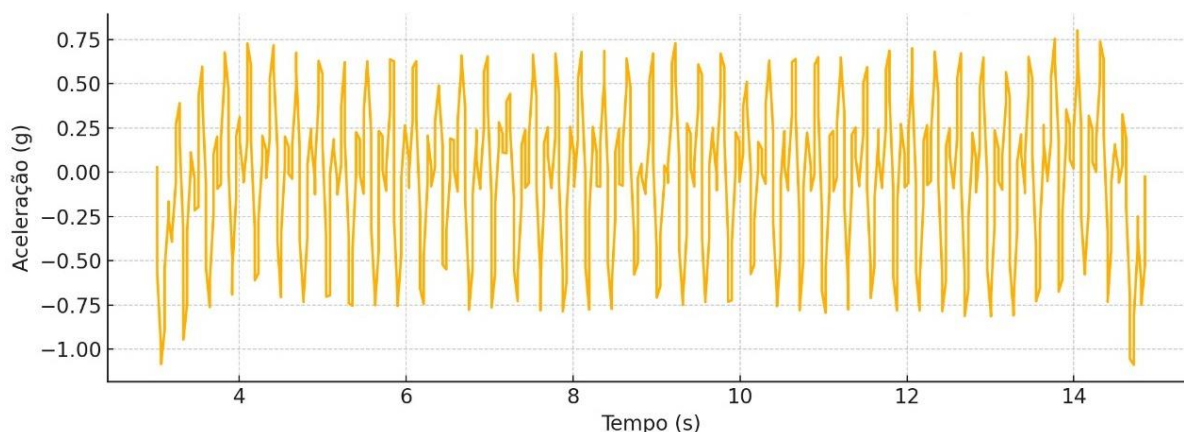


Figura 4 - Sinal Filtrado de viga com excitador e sem atenuador.
Fonte: Autores (2025).

A Figura 5 apresenta o sinal filtrado medido experimentalmente da viga com o excitador e com o atenuador, mostrando acelerações (g) entre aproximadamente -0,3 e 0,5.

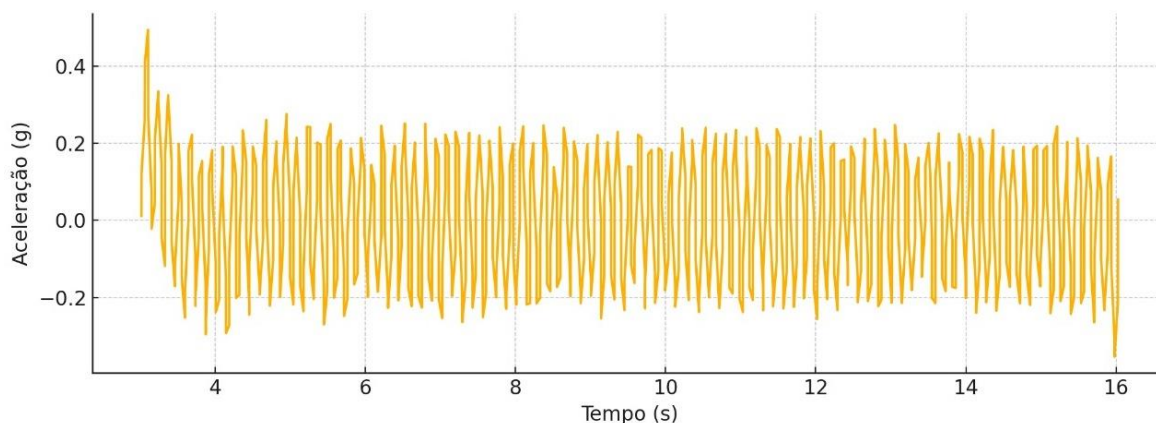


Figura 5 - Sinal Filtrado de viga com excitador e com atenuador.
Fonte: Autores (2025).

A Figura 6 apresenta os dados de vibração livre obtidos a partir da simulação computacional da viga sem o excitador, mostrando acelerações (g) em relação ao tempo (s).

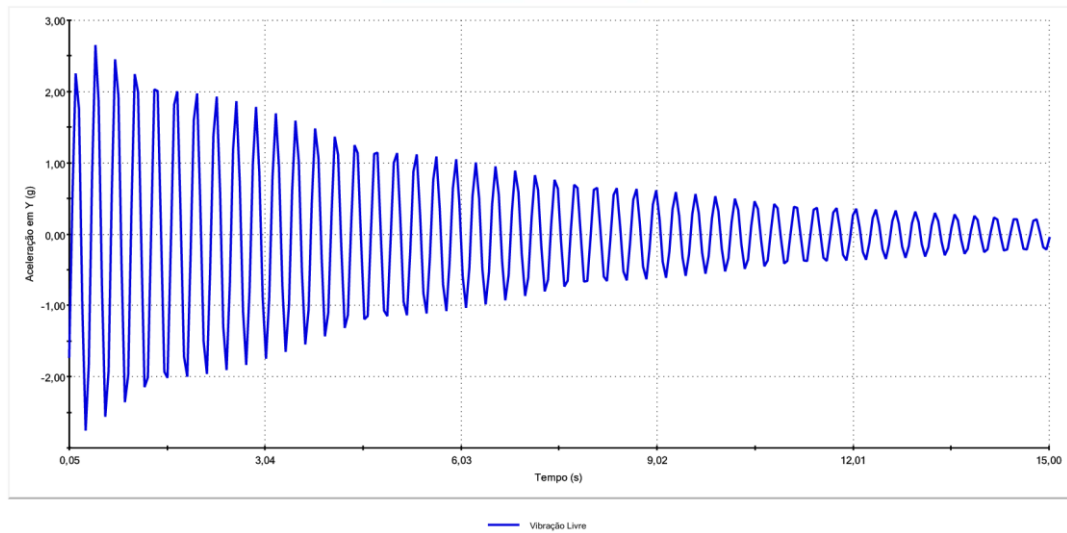


Figura 6 - Vibração Livre da viga.
Fonte: Autores (2025).

A Figura 7 apresenta os dados de vibração forçada obtidos a partir da simulação computacional da viga sem massa-mola, mostrando acelerações (g) em relação ao tempo (s).

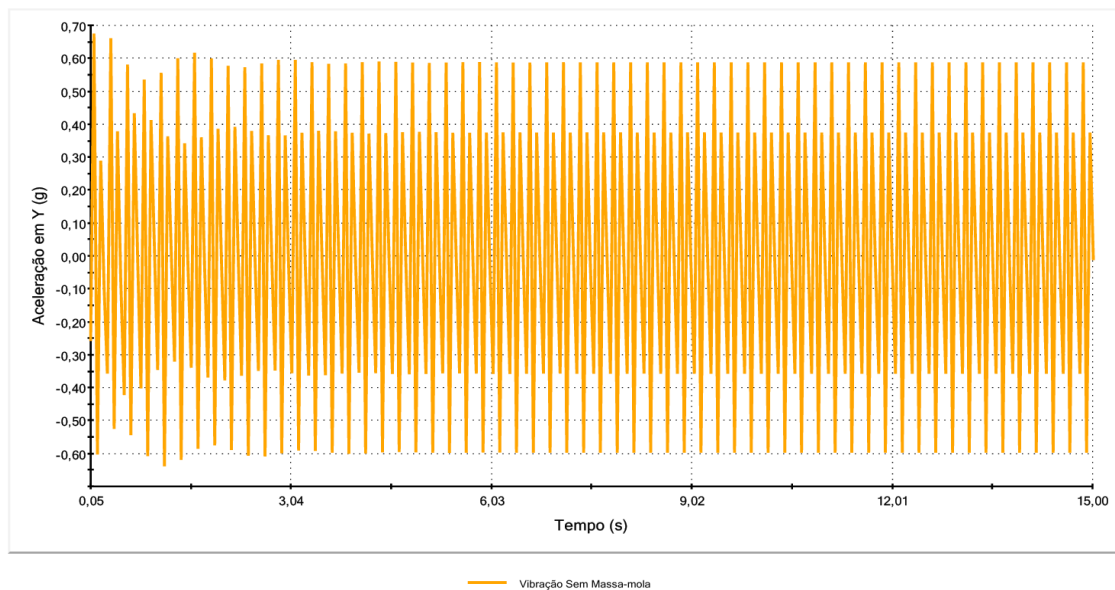


Figura 7 - Vibração Forçada da viga sem massa-mola.
Fonte: Autores (2025).

A Figura 8 apresenta os dados de vibração forçada obtidos a partir da simulação computacional da viga com massa-mola, mostrando acelerações (g) em relação ao tempo (s).

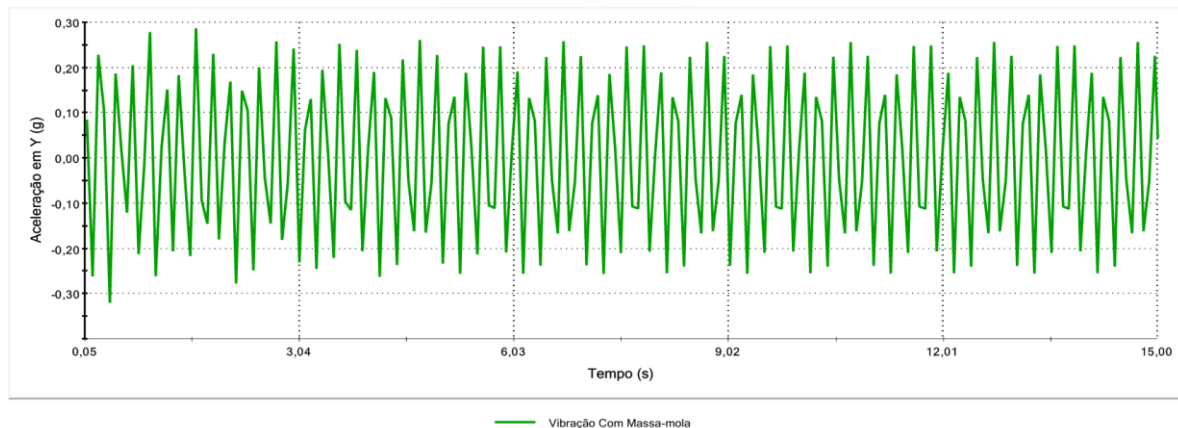


Figura 8 - Vibração Forçada da viga com massa-mola.
Fonte: Autores (2025).

4.1. Discussão dos Resultados

A análise dos resultados experimentais e numéricos revelou aspectos importantes sobre o comportamento vibracional da viga em balanço e a eficácia do atenuador de vibração. As Figuras 3, 4 e 5 mostram os sinais de aceleração filtrados obtidos experimentalmente em três condições: sem excitador (vibração livre), com excitador e sem atenuador, e com excitador e com atenuador.

A Figura 3 apresenta a resposta em vibração livre da viga, servindo como base para validar seu comportamento dinâmico natural. Já a Figura 4 mostra a viga submetida à excitação harmônica do motor vibrador, sem o atenuador. Nesse caso, observou-se um aumento significativo nas amplitudes de aceleração (de -1,0 g a 0,75 g), caracterizando uma vibração forçada amplificada, o que evidencia a necessidade de um sistema de controle vibracional.

A Figura 5 demonstra a eficácia do atenuador: com o dispositivo acoplado, as amplitudes foram reduzidas para entre -0,3 g e 0,5 g, confirmando sua capacidade de absorver e dissipar energia vibracional. Essa redução valida o princípio do atenuador, que, ao ser sintonizado com a frequência natural da viga, oscila em oposição à estrutura principal, minimizando deslocamentos e acelerações.

As Figuras 6, 7 e 8 complementam a análise com resultados numéricos do modelo no SolidWorks *Simulation*. A Figura 6 representa a vibração livre sem excitador, validando o modelo em relação ao comportamento natural. A Figura 7, com excitação harmônica e sem atenuador, mostra resultados similares aos experimentais da Figura 4, reforçando a validade do modelo. Pequenas diferenças são atribuídas a simplificações ou variações experimentais. Por fim, a Figura 8 apresenta a resposta com o atenuador (massa-mola), cuja redução de amplitude é compatível com os dados experimentais da Figura 5. Isso confirma que o modelo numérico consegue prever com precisão o comportamento da viga com atenuador, demonstrando sua robustez como ferramenta de análise e projeto.

5. Considerações Finais

Este estudo comprovou a eficácia do uso de sistema massa-mola na atenuação de vibrações em vigas metálicas em balanço submetidas a excitação harmônica. A abordagem combinada — envolvendo modelagem matemática, simulação computacional e ensaio experimental — permitiu uma análise abrangente do comportamento dinâmico da estrutura, validando os resultados obtidos nos diferentes métodos.

A correlação entre a modelagem matemática, as verificações numéricas e os ensaios experimentais foi um pilar central deste trabalho, garantindo a robustez e a confiabilidade das

conclusões. A modelagem matemática inicial do sistema (Seção 2.1) forneceu a base teórica para compreender o comportamento vibracional da viga com e sem o atenuador, estabelecendo as equações de movimento e os parâmetros fundamentais. Esta estrutura analítica permitiu prever o comportamento do sistema sob diferentes condições e serviu como ponto de partida para as simulações computacionais.

As simulações numéricas, realizadas no SolidWorks *Simulation* 2023 (Seção 2.3), atuaram como uma ponte entre a teoria e a prática. Ao replicar as condições físicas do experimento e incorporar os parâmetros derivados da modelagem matemática, o modelo numérico permitiu a previsão do comportamento dinâmico da viga. A concordância observada entre os resultados da simulação (Figuras 6, 7 e 8) e os dados experimentais (Figuras 3, 4 e 5) é crucial. Por exemplo, a redução de amplitude de vibração prevista numericamente para a viga com atenuador (Figura 8) foi consistentemente validada pela redução observada nos ensaios de laboratório (Figura 5). Essa validação cruzada entre o modelo numérico e os dados experimentais reforça a precisão do modelo computacional e sua capacidade de representar fielmente o fenômeno físico.

Os dados experimentais forneceram evidências empíricas que corroboram a modelagem matemática e as simulações numéricas. A medição das acelerações na viga em condições controladas permitiu observar diretamente a eficácia do atenuador, cuja atuação reduziu significativamente as amplitudes de vibração. Essa confirmação experimental valida tanto a teoria quanto os resultados computacionais, demonstrando que os modelos representam com precisão o comportamento real da estrutura.

A boa concordância entre as abordagens reforça a confiabilidade dos métodos utilizados e estabelece uma base sólida para futuras aplicações. Conclui-se, assim, que o atenuador é uma solução viável e eficiente para o controle de vibrações em estruturas esbeltas. Pesquisas futuras poderão focar na otimização dos parâmetros do sistema massa-mola e na aplicação em sistemas mais complexos ou sujeitos a excitações multifrequenciais.

Referências

- CARMONA, J. E. C. (2016). Proposta de um amortecedor para atenuação de vibrações em pisos de concreto: análise numérica e experimental. Tese (Doutorado) - Universidade de Brasília, Brasília. Disponível em: <http://www.pecc.unb.br/wpcontent/uploads/teses/D16-1A-Jorge-Carmona.pdf>
- CHEN, J. et al. Experimental Study on Robustness of an Eddy-Current Tuned Mass Damper for a Cantilever Beam. *Applied Sciences*, v. 7, n. 9, p. 895, 2017.
- KRENK, Steen. *Frequency analysis of the tuned mass damper*. Journal of Applied Mechanics, v. 72, n. 6, p. 936–942, 2005. DOI: 10.1115/1.2049296.
- MENEZES, L. M. R. (2020). Otimização de amortecedores de massa sintonizados no controle de vibrações em vigas e placas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas, Maceió. Disponível em: [https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/7095/3/Otimiza%C3%A7%C3%A3o%20de%20amortecedores%20de%20massa%](https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/7095/3/Otimiza%C3%A7%C3%A3o%20de%20amortecedores%20de%20massa%20)
- MORAES, B. D. M. de. et al. (2018). Análise modal das frequências naturais de vibração de uma viga de alumínio engastada-livre. Anais do CONAPESC, 1(1), 1-8. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conapesc/2018/TRABALHO_EV107_MD4_SA28_ID1200_28052018231317.pdf
- OZTURK, B. et al. On the Efficacy of a Novel Optimized Tuned Mass Damper for Minimizing Dynamic Responses of Cantilever Beams. *Applied Sciences*, v. 11, n. 15, p. 7878, 2022.
- YANG, F.; SEDAGHATI, R.; ESMAILZADEH, E. Vibration Suppression of Structures Using Tuned Mass Damper Technology: A State of the Art Review. *Journal of Vibration and Control*, v. 28, n. 5-6, p. 539–570, 2021.