



Impacto do uso de diferentes curvas uniaxiais de tração na modelagem numérica de concreto com fibras de aço em lajes armadas submetidas à punção

Eric Renã Zavitzki Schimanowski¹, Américo Campos Filho², Bruna Manica Lazzari³, Paula Manica Lazzari⁴

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) / Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) / ezschimanowski@gmail.com

² UFRGS/ PPGEC/ americo.campos.filho@gmail.com

³ Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS) / Departamento de Engenharia Civil / bruna.ml@gmail.com

⁴ UFRGS/ PPGEC/ p.manica.lazzari@gmail.com

Resumo

O uso de fibras em estruturas de concreto armado é uma prática consolidada, que contribui para o aumento da capacidade de carga e da ductilidade das estruturas. Em lajes lisas, a ruptura por punção ocorre com a formação de um tronco de cone nas regiões próximas às conexões laje-pilar, sendo este mecanismo sensível ao esgotamento do concreto à tração — aspecto diretamente influenciado pela presença de fibras. Nesse sentido, as propriedades das fibras, como material, razão de aspecto e volume, afetam significativamente o desempenho estrutural. Em relação ao material, a maior parte dos estudos na área utiliza concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), que apresenta comportamento distinto do concreto convencional, especialmente sob solicitações de tração uniaxial. Neste contexto, o presente estudo apresenta uma simulação numérica no *software* ANSYS, por meio do Método dos Elementos Finitos. Para considerar o comportamento das fibras, foi empregado um modelo constitutivo de concreto convencional, adaptando a curva tensão-deformação em tração. Duas abordagens distintas foram implementadas: a primeira é apresentada no *fib Model Code 2020*, e utiliza dados experimentais do ensaio 3PNBBT (*three-point notched beam bending test*); a segunda é denominada *Variable Engagement Method* (VEM) e emprega parâmetros teóricos relacionados ao volume e às propriedades das fibras. As formulações foram validadas com base em dados experimentais disponíveis na literatura, referentes a três lajes de CRFA armadas, submetidas à punção. O objetivo principal é comparar os deslocamentos e deformações da estrutura para cada abordagem, contribuindo para a avaliação da precisão e aplicabilidade das formulações na modelagem numérica de lajes com CRFA.

Palavras-chave

Punção; Fibras de Aço; Modelagem Numérica; Elementos Finitos; ANSYS; Concreto Armado.

Introdução

A utilização de lajes lisas na construção civil tem se tornado cada vez mais atraente, já que esse sistema apresenta vantagens interessantes, associadas ao desenvolvimento sustentável — devido ao menor consumo de concreto — e ao bom desempenho estrutural (Marí; Spinella e Rodríguez, 2023). Nessas estruturas, as lajes são apoiadas diretamente sobre os pilares, dispensando o uso de vigas e, dessa forma, reduzindo o tempo de execução das fôrmas e o peso próprio.

No entanto, a ausência de vigas provoca concentração de tensões nas conexões laje-pilar, tornando a estrutura suscetível à falha por punção. Nesse caso, tem-se uma ruptura frágil, que pode ocorrer predominantemente pela falha do concreto tracionado, e levar em casos extremos, ao deslocamento da laje, colapso progressivo e ruína total ou parcial da estrutura. Para contornar essa situação, a

literatura aponta algumas possibilidades que podem tornar o comportamento da estrutura mais dúctil e/ou aumentar a carga de ruptura, como o emprego de armaduras de cisalhamento e concretos alternativos (Albostami *et al.*, 2025; Mukhtar e Lardhi, 2024).

Entre os materiais mais investigados em lajes submetidas à punção, Schimanowski *et al.* (2025) apontam que estão o emprego de barras reforçadas com polímeros, concretos de ultra-alto-desempenho e concretos com fibras. Sob esse cenário, o emprego de concretos com fibras apresenta como vantagem principal o melhor desempenho à tração, já que, após fissurado, as fibras passam a ser solicitadas e impactam no comportamento da estrutura (Fraile *et al.*, 2024). Nesse aspecto, o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) tem especial destaque, devido à facilidade de obtenção das fibras e a diversidade de aplicações, seja em estruturas de concreto simples ou armado.

Nessa perspectiva, torna-se relevante mencionar que a investigação numérica da punção em lajes lisas é um campo de estudo crescente e que tem contribuído de forma significativa para a compreensão desse tipo de falha sob os mais diversos cenários. O emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) permite não apenas a validação de dados experimentais, mas também a extrapolação de dados, permitindo a obtenção de resultados e previsão de comportamentos com alta precisão, baixo custo quando comparado aos dados experimentais de laboratório, e alta variabilidade nas condições de contorno, materiais e características geométricas das estruturas. De todo modo, o emprego de simulações numéricas na punção é geralmente associado ao uso de modelos constitutivos complexos, capazes de reproduzir comportamentos específicos do concreto, como dano, fissuração, plasticidade, efeito das taxas de deformação, entre outros.

Dessa forma, o emprego de modelagens numéricas em CRFA está sujeito à correta validação de dados experimentais, utilizando formulações específicas, capazes de reproduzir o efeito das fibras presentes no concreto. Por isso, o objetivo principal desse estudo consiste em implementar uma forma de modelagem do material, determinar o nível de aproximação da modelagem, comparando os resultados numéricos com resultados experimentais da literatura. Sendo assim, esse estudo considerou um modelo numérico de concreto usual, alterando apenas a curva uniaxial de tração do material, utilizando duas formulações propostas pela literatura, uma delas denominada *Variable Engagement Method* (VEM) proposta por Voo e Foster (2003) e a outra empregando o nível de aproximação III do *fib* Model Code 2020 (2023) para a modelagem do concreto com fibras. Portanto, o artigo apresenta as duas formulações, o modelo numérico empregado e os resultados alcançados em relação ao comportamento carga *versus* deslocamento e deformações da estrutura.

Modelos constitutivos dos materiais

Para a modelagem computacional, foi empregado o *software* ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*), versão 2021 R2, que utiliza o MEF na resolução do problema. A modelagem do concreto foi desenvolvida através da rotina UserMat, programada e aplicada em estudos anteriores do PPGE-UFGS, como apresentado em detalhes em Schimanowski (2024), Lazzari *et al.* (2017) e Lazzari *et al.* (2020). A UserMat considera o concreto como um material elastoplástico com fissuração. Nesse modelo, foi empregado o critério de ruptura de Ottosen, endurecimento isotrópico e regra de endurecimento considerando o comportamento uniaxial, assim como proposto pelo *fib* Model Code 2020. No comportamento uniaxial de compressão, foi utilizada a curva correspondente ao concreto convencional, com os dados experimentais de resistência média à compressão. Já para a curva uniaxial de tração, foi considerado um comportamento linear até a falha, assim como verificado em concretos convencionais e, após a fissuração, foram realizadas alterações na UserMat para

considerar um amolecimento correspondente ao CRFA a partir da implementação de duas formulações distintas, presentes na literatura.

A primeira formulação é apresentada pelo *fib* Model Code 2020 e depende dos resultados experimentais obtidos no ensaio 3PNBBT (*three-point notched beam bending test*), descrito pela norma europeia EN 14651:2005. Nesse ensaio experimental, uma viga biapoiada fabricada com CRFA é submetida a um carregamento central, junto à face superior. Na face inferior, uma ranhura é monitorada quanto à abertura de fissura ao longo da aplicação da carga. A partir do ensaio, obtém-se curvas de carga versus *crack mouth opening displacement* (CMOD) – que representa a abertura da fissura junto à ranhura na face inferior. Com esses dados, é possível obter os parâmetros de resistência à tração por flexão residual f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} , que correspondem, respectivamente, às aberturas de fissura $CMOD_1 = 0,5$, $CMOD_2 = 1,5$, $CMOD_3 = 2,5$ e $CMOD_4 = 3,5$ mm.

Sob essas circunstâncias, o *fib* Model Code 2020 apresenta a possibilidade de empregar diferentes níveis de aproximação, que partem de casos simples como a consideração de comportamentos lineares, até casos complexos de análise inversa. Para este estudo, foram empregadas as curvas de tração do nível de aproximação III, especificamente os Casos I e II, que representam o CRFA de resistência usual, como apresentado na Figura 1. Nessa formulação, consideram-se parâmetros de pós fissuração do concreto para o Estado Limite de Serviço (ELS) e o Estado Limite Último (ELU). Para verificar em qual caso se enquadra o CRFA analisado, é necessário determinar o valor do parâmetro $f_{Fts} = 0,37 \cdot f_{R1}$ e compará-lo com a resistência uniaxial à tração do concreto (f_{ctm}), considerada nesse estudo como $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$.

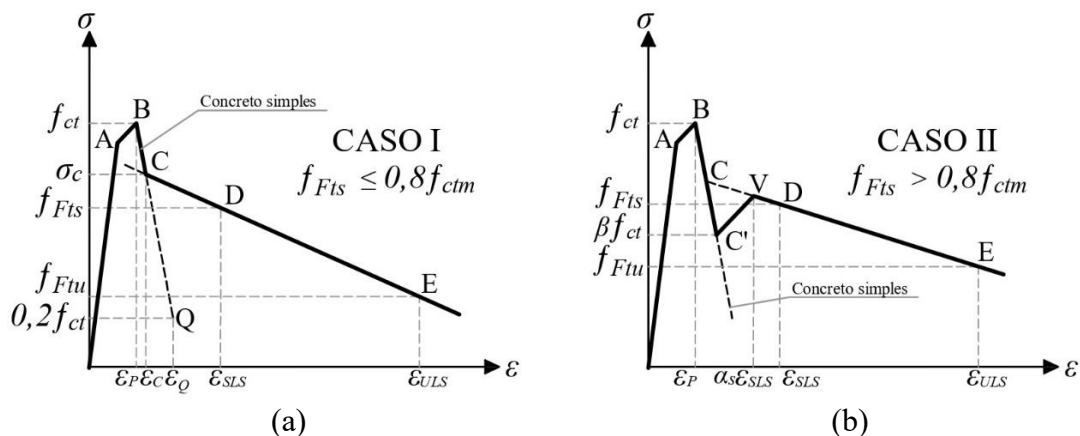


Figura 1 – Curvas uniaxiais de tração para o CRFA propostos pelo *fib* Model Code 2020: (a) Caso I e (b) Caso II (fonte: *fib* Model Code 2020 (2023))

Em ambos os casos, a reta inicial do diagrama chega ao ponto A e, em seguida, apresenta uma redução da rigidez até o ponto B, que corresponde à tensão máxima de tração uniaxial. Vale apontar que esse pré-pico de endurecimento pode ser negligenciado em análises de elemento finitos, sendo recomendável a adoção de um comportamento elástico linear nesse trecho, como indicado pelo *fib* Model Code 2020. Dessa maneira, em todas as análises desse estudo considerou-se um comportamento elástico linear até a máxima tensão de tração. Logo após o ponto B, a curva uniaxial considera um trecho apenas de contribuição do concreto, já que nesse momento o material acabou de apresentar a fissuração e as fibras ainda não foram solicitadas. Para isso, determina-se a reta BQ a partir da Equação 1 e a deformação ε_Q é determinada pela Equação 2.

$$\frac{\sigma - f_{ctm}}{0,2 \cdot f_{ctm} - f_{ctm}} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_P}{\varepsilon_Q - \varepsilon_P} \quad \text{para} \quad \varepsilon_P \leq \varepsilon \leq \varepsilon_C \quad (1)$$

$$\varepsilon_Q = \frac{G_F}{f_{ctm} \cdot l_{cs}} + \left(\varepsilon_P - \frac{0,8 \cdot f_{ctm}}{E_c} \right) \quad (2)$$

Sendo:

G_F : energia de fratura do concreto usual, calculada de acordo com o *fib* Model Code 2020;

E_c : módulo de elasticidade do concreto usual, calculado de acordo com o *fib* Model Code 2020;

l_{cs} : comprimento característico do elemento, tomado como $l_{cs} = \sqrt[3]{V}$, sendo V o volume do elemento finito, obtido por meio de comandos do *software*.

Após, é possível verificar a existência de uma reta formada pelos pontos D e E, que podem ser obtidos através da determinação das deformações e tensões correspondentes. As deformações associadas a esses pontos são representadas como $\varepsilon_{SLs} = CMOD_1/l_{cs}$ e $\varepsilon_{ULs} = w_u/l_{cs}$, sendo que a deformação em ELU emprega um valor último de fissura (w_u), considerado nessa análise como 2,5 mm. Já em relação às tensões, empregam-se os parâmetros f_{Fts} , definido anteriormente, e f_{Ftu} , apresentado na Equação 3.

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,57f_{R3} + 0,26f_{R1}) \geq 0 \quad (3)$$

No Caso II, também se considera a existência dos pontos obtidos para o Caso I, mas adiciona-se os pontos C' e V, que dependem, respectivamente, dos parâmetros de redução β e α_s , que podem ser obtidos a partir de análise inversa ou considerados, de forma conservativa, como $\alpha_s = 1$ e $\beta = 0,75$.

Por outro lado, o VEM proposto por Voo e Foster (2003) apresenta uma formulação analítica baseada em princípios mecânicos, assumindo uma distribuição isotópica das fibras. Esse método considera, dessa forma, que a tensão no CRFA (σ_{cf}) é a soma entre o amolecimento da matriz de concreto (σ_c), apresentado na Equação 5, somado a uma curva com amolecimento e endurecimento para as fibras (σ_f), apresentada na Equação 6. Esse comportamento também é ilustrado na Figura 2.

$$\sigma_{cf} = \sigma_c + \sigma_f \quad (4)$$

$$\sigma_c = f_{ctm} \cdot e^{-c \cdot w_{cr}} \quad (5)$$

$$\sigma_f = \frac{V_f \cdot l_f \cdot \tau_b}{d_f} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{3,5 \cdot w_{cr}}{d_f} \right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w_{cr}}{l_f} \right)^2 \quad (6)$$

Sendo:

c : amolecimento da matriz de concreto (150/cm);

V_f : volume das fibras;

l_f : comprimento das fibras;

d_f : diâmetro das fibras;

τ_b : tensão cisalhante última de arrancamento das fibras, estimada por Voo e Foster (2003) como $2,5 \cdot f_{ctm}$ para fibras ancoradas;

w_{cr} : abertura da fissura, determinada como $w_{cr} = \varepsilon \cdot l_c$ em que ε é a deformação normal à fissura e l_c é a distância média entre fissuras.

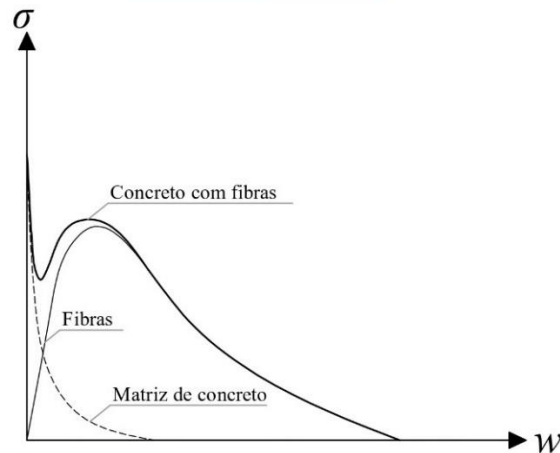


Figura 2 – Curva uniaxial de tração para o CRFA do VEM (fonte: Voo e Foster (2003))

Dessa forma, as duas formulações diferem pelos dados de entrada, formato das curvas adotadas e necessidade ou não de calibração. A formulação do *fib* Model Code 2020 considera dados obtidos por um ensaio experimental específico para concretos com fibras, adota um conjunto de retas no comportamento uniaxial e expressa esse comportamento por meio de um gráfico tensão *versus* deformação. Já a curva proposta pelo VEM emprega funções exponenciais e trigonométricas, emprega dados teóricos sobre as fibras e expressa o comportamento uniaxial por meio de gráfico tensão *versus* abertura de fissura. Nesse aspecto, vale mencionar que embora a primeira formulação considere dados experimentais do concreto utilizado, o ensaio 3PNBBT geralmente apresenta resultados bastante variáveis, sendo que as resistências residuais de tração são apresentadas através de uma média entre os dados obtidos.

Além disso, como o modelo experimental a ser validado consiste em uma laje armada, o aço das barras de armadura foi representado através de um modelo constitutivo elastoplástico sem endurecimento, sendo considerado que as barras de armadura resistem apenas a esforços axiais. No *software*, esse comportamento foi empregado através do modelo *Bilinear Isotropic Hardening* (BISO), disponível na biblioteca do ANSYS. Além disso, foram empregados elementos SOLID186 hexaédricos para a representação do CRFA e elementos de reforço REINF264 para as barras de aço, que atua no interior dos elementos base. Assim, cada barra do reforço é modelada de forma isolada, resistindo exclusivamente aos esforços axiais de tração ou compressão.

Dados experimentais da literatura

Para a validação numérica empregada neste estudo, foram utilizadas três lajes com CRFA de Gouveia *et al.* (2018). A Figura 3a apresenta a geometria das lajes ensaiadas e a Figura 3b apresenta o sistema de ensaio, que consiste em aplicar a carga no centro da laje por meio de um atuador hidráulico, de baixo para cima, fixando a estrutura em oito pontos distintos na face superior, equidistantes do pilar, por meio de placas e tirantes.

O ensaio foi realizado cerca de 60 dias após a concretagem da estrutura e foram lidos resultados de deslocamentos no ponto central da estrutura e deformações das armaduras superiores em barras próximas ao pilar. Entre os dados experimentais dos materiais, foram determinados os valores de resistência à compressão e resistências residuais de tração do CRFA e tensão de escoamento do aço, resultados apresentados na Tabela 1. Foram utilizadas fibras do tipo *hooked-end* RC 65/35, com comprimento de 35 mm e diâmetro de 55 mm.

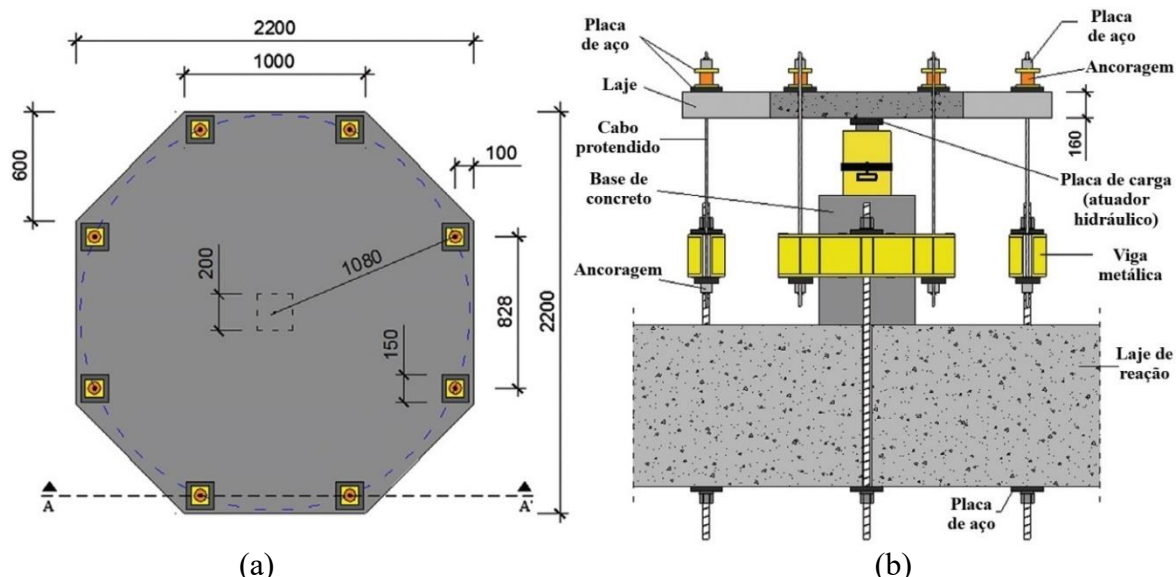


Figura 3 – (a) Geometria da laje ensaiada experimentalmente e (b) sistema de ensaio (fonte: Gouveia *et al.* (2018))

Tabela 1 – Características dos modelos experimentais ensaiados por Gouveia *et al.* (2018)

Propriedade	Modelo experimental					
	F1	R0.75	F1	R1.5	F1.5	R1.5
Resistência à compressão do concreto aos 60 dias (MPa)	47,4		45,4		46,1	
Tensão de escoamento do aço (MPa)	534		529		529	
Volume de fibras de aço (%)	1		1		1,5	
Taxa da armadura de flexão (%)	0,75		1,5		1,5	
Altura útil (cm)	13,5		12,8		12,8	
Tensão de tração residual relativa ao $CMOD_1$ (fR1) (MPa)	8,8		8,2		9,5	
Tensão de tração residual relativa ao $CMOD_3$ (fR3) (MPa)	7,8		7,6		9,1	

Antes dos ensaios, também foi determinada a altura útil das lajes. Na Tabela 1 são apresentadas, ainda, as informações relacionadas à taxa de armadura de flexão e volume de fibras de aço empregados em cada modelo. Na laje F1_R0.75 foram empregadas barras de armadura de 12 mm de diâmetro, espaçadas a cada 110 mm. Já nos modelos F1_R1.5 e F1.5_R1.5 foram utilizadas barras de 16 mm espaçadas a cada 105 mm. Em todos os modelos foi adotada, também, uma armadura inferior de 6 mm, espaçada a cada 125 mm em cada direção.

Modelagem e resultados da validação numérica

Na geometria da estrutura, foi levada em consideração a simetria da laje e apenas um quarto do modelo experimental foi simulado, como apresentado na Figura 4. Para o concreto, foram utilizados elementos hexaédricos, com dimensão máxima igual a 4 cm. Todas as armaduras foram modeladas de acordo com os dados experimentais, empregando a tensão de escoamento apresentada anteriormente na Tabela 1.

Nas condições de contorno, foram aplicados incrementos de deslocamento sobre o nó central da placa inferior no sentido de baixo para cima. Junto à face superior foram modeladas as placas de apoio, nas quais foi considerado deslocamento nulo na direção vertical do nó central. Inicialmente, todas as

placas foram consideradas como materiais de alta rigidez, impondo ao modelo numérico que a região próxima ao apoio apresentasse deformações quase nulas. Porém, uma análise inicial demonstrou que o ajuste da rigidez dos apoios aproximou de forma mais adequada todas as curvas numéricas, aproximando a rigidez da laje ao comportamento experimental. Nesse cenário, vale mencionar que a simulação numérica considera o apoio apenas como uma placa, enquanto a aparelhagem experimental consiste na fixação das placas por meio de tirantes, que apresentam algum nível de deformação. Vale apontar, ainda, que a calibração da rigidez dos apoios é uma medida comum, geralmente tomada quando não há dados sobre as deformações do sistema de ensaio.

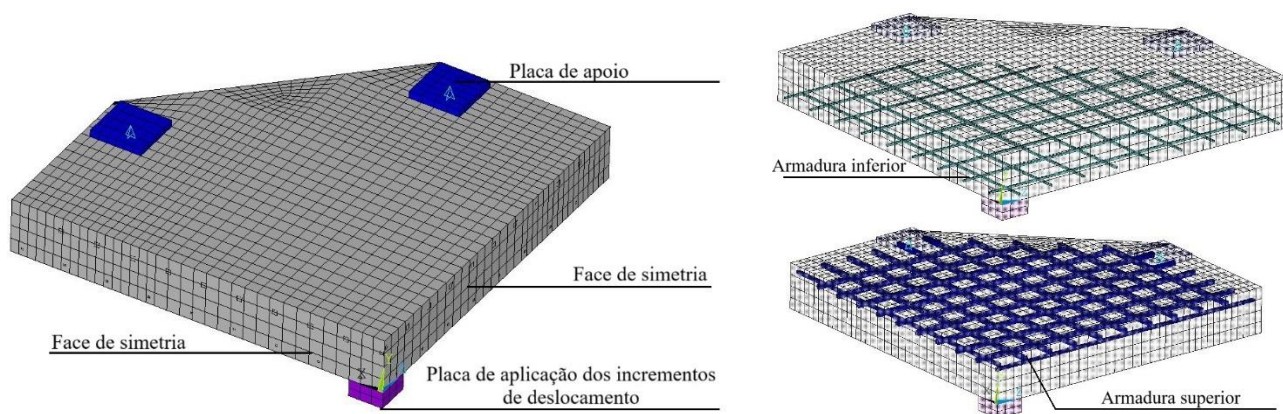


Figura 4 – Geometria e condições de contorno do modelo numérico

Além disso, também foi verificado que todos os modelos experimentais foram classificados como Caso II na formulação do *fib* Model Code 2020, devido ao alto volume de fibras. Essa formulação utiliza dados experimentais das propriedades do CRFA, mas, também, emprega parâmetros de redução α_s e β que devem ser calibrados. Nos modelos analisados, a variação do parâmetro α_s não apresentou alteração significativa no comportamento da estrutura e, dessa forma, foi adotado o valor 1 para todas as análises. No parâmetro β , foi verificado que a redução do mesmo alterou a rigidez da curva numérica, sendo que o valor 0,75 melhor aproximou os resultados aos dados experimentais.

Após a aplicação do carregamento, foram lidos os deslocamentos junto ao nó central da face superior e os resultados obtidos para cada formulação adotada foram comparados com os dados experimentais, como apresentado nas Figuras 5, 6 e 7. Para facilitar o entendimento, também foram adicionados os gráficos das curvas uniaxiais correspondentes, considerando um comprimento característico (parâmetro da curva uniaxial do *fib* Model Code 2020) e distância média entre fissuras (parâmetro da curva uniaxial do VEM) igual a 40 mm. Vale mencionar, no entanto, que na simulação numérica esse valor foi calculado pela UserMat, considerando o volume de cada elemento finito.

As curvas demonstram que ambas formulações apresentaram comportamento próximo ao experimental quanto à rigidez, carga de ruptura e seu deslocamento correspondente. Nas curvas uniaxiais de tração do CRFA, em todos os casos a formulação proposta pelo VEM apresentou valores de tensão mais baixos quando comparados à formulação do *fib* Model Code 2020. Esse comportamento impactou diretamente na carga de ruptura da laje, especialmente para os modelos F1_R075 e F1_R1.5, que apresentavam menor volume de fibras. Em todos os modelos, a formulação do VEM aproximou as curvas com maior precisão em relação aos dados experimentais, especialmente em relação à carga de ruptura, em que a diferença obtida foi sempre inferior a 2%. Na formulação do *fib* Model Code 2020 essa diferença variou entre 4 a 9%.

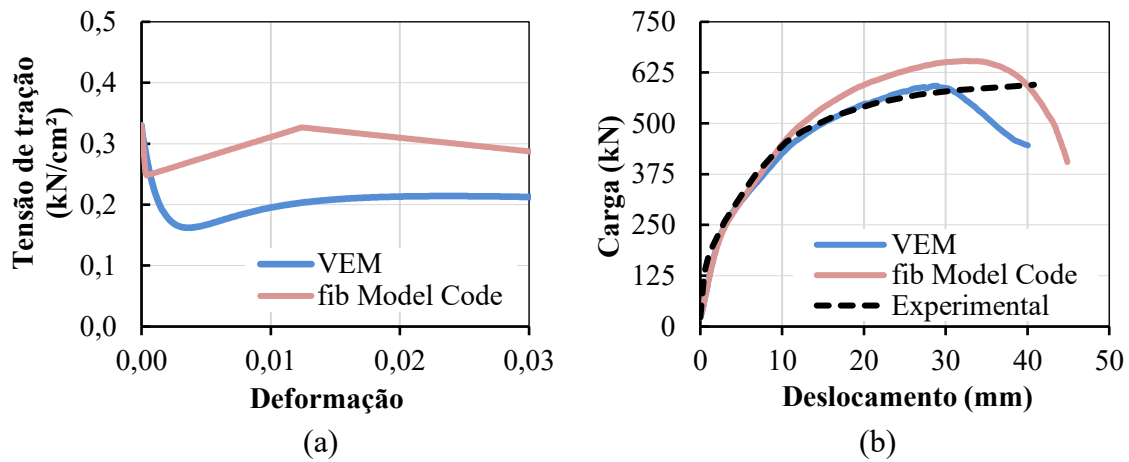


Figura 5 – Laje F1_R075: (a) curva uniaxial de tração do CRFA e (b) comparação dos resultados numéricos e experimentais dos deslocamentos da estrutura

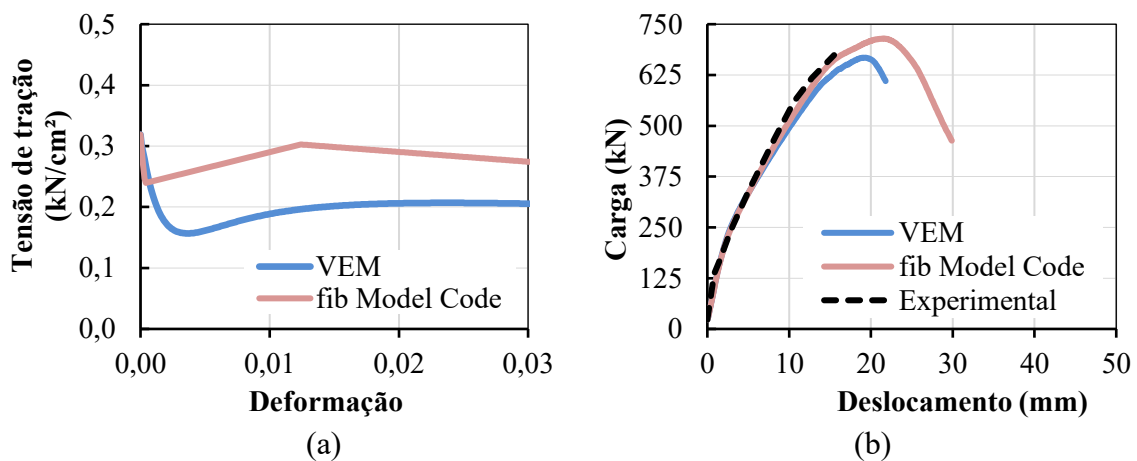


Figura 6 – Laje F1_R1.5: (a) curva uniaxial de tração do CRFA e (b) comparação dos resultados numéricos e experimentais dos deslocamentos da estrutura

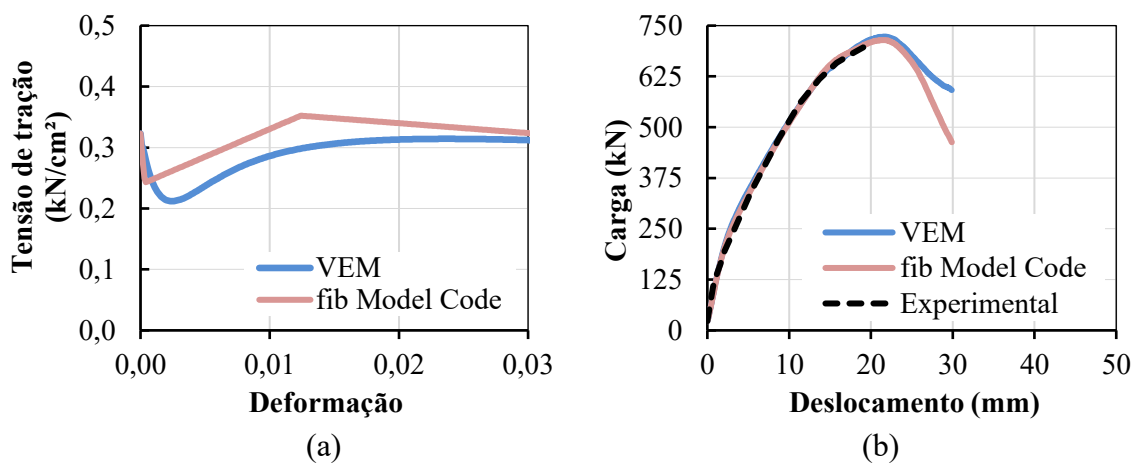


Figura 7 – Laje F1.5_R1.5: (a) curva uniaxial de tração do CRFA e (b) comparação dos resultados numéricos e experimentais dos deslocamentos da estrutura

Além disso, foram determinadas as deformações principais de tração em um elemento da armadura superior próximo ao pilar, no mesmo local da leitura experimental. Na Figura 8 são apresentadas as curvas resultantes para cada modelo e verifica-se, de forma geral, uma boa concordância em relação à rigidez das curvas, especialmente para os modelos F1_R075 e F1_R1.5. Por outro lado, para essas mesmas lajes foi identificado que a carga relativa à fissuração do concreto na modelagem numérica é superior ao comportamento experimental.

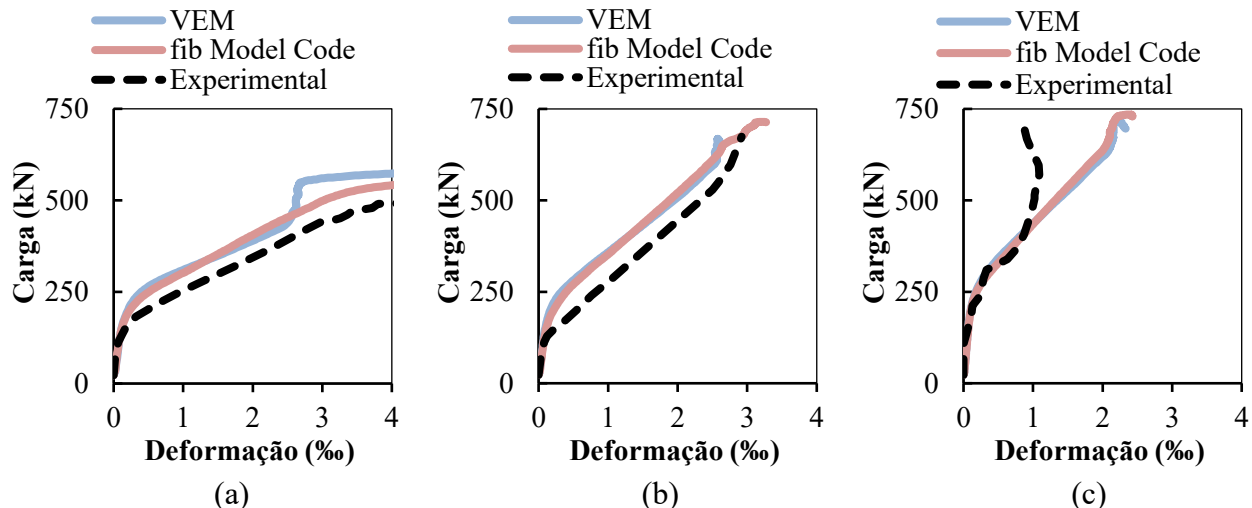


Figura 8 – Deformação da armadura para (a) F1_R075, (b) F1_R1.5 e (c) F1.5_R1.5

Por fim, também foi possível obter mapas de fissuração e cortes da estrutura, que permitiram identificar a formação do tronco de cone e comparar com imagens experimentais. A Figura 9 apresenta as deformações principais de tração da estrutura no momento relativo à carga de ruptura, além de uma imagem da superfície de ruptura experimental para o modelo F1.5_R1.5. A partir disso, é possível observar um comportamento típico da punção, com formação de fissuras radiais e tangenciais junto à face superior e a formação de uma fissura principal ao longo da altura da laje, formando o tronco de cone, responsável pela falha por punção, local em que ocorrem as maiores deformações de tração. Vale salientar que o comportamento descrito quanto à formação de fissuras e formação do tronco de cone foi verificado em todos os modelos, para ambas formulações.

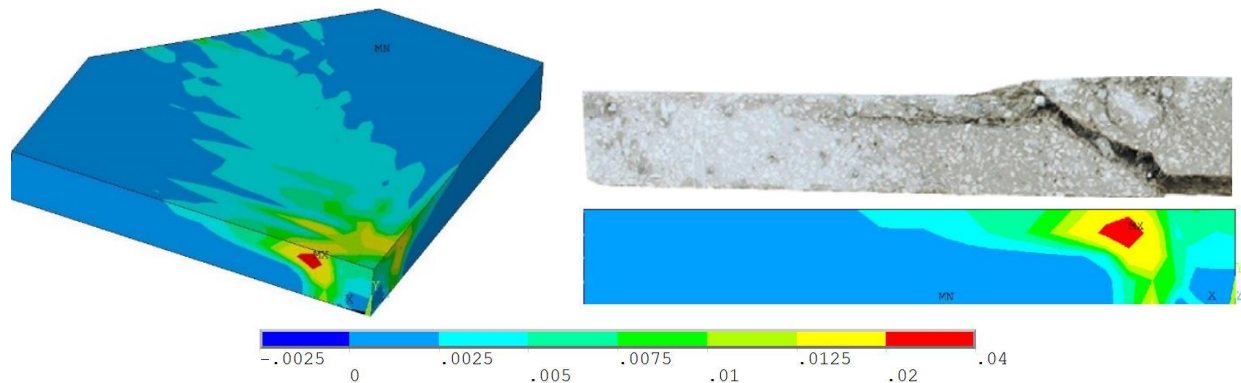


Figura 9 – Deformações principais de tração no modelo F1.5_R1.5 no momento da ruptura e comparação com a superfície de ruína do modelo experimental de Gouveia *et al.* (2018)

Conclusões

A partir dos resultados apresentados, verificou-se que o modelo numérico apresentou adequada aproximação em relação aos dados experimentais, considerando o CRFA apenas alterando a curva uniaxial de tração do material. Nesse cenário, foram empregadas duas formulações da literatura, uma considerando parâmetros de pós fissuração do concreto para o ELS e ELU, e outra empregando uma formulação mecânica considerando as fibras com distribuição isotrópica. Embora cada formulação apresente dados de entrada próprios, baseados em ensaios experimentais ou em valores teóricos, foi verificada adequada previsão do comportamento para ambos os casos.

Para os dados experimentais analisados, a curva uniaxial proposta pelo *fib* Model Code 2020 apresentou maiores variações em relação à carga de ruptura em todos os modelos, mas, assim como no caso experimental, apresentou pequena diferença entre a carga de ruptura dos modelos F1_R1.5 e F1.5_R1.5. Já a curva obtida pelo VEM aproximou de forma mais adequada os dados experimentais, mas, por se basear no valor teórico do volume de fibras adicionado ao concreto, apresentou carga de ruptura significativamente superior para o modelo F1.5_R1.5, o que não foi verificado experimentalmente. Dessa maneira, ambas curvas podem ser empregadas, mas uma análise considerando dados experimentais mais abrangentes ainda se faz necessária.

Referências

- ALBOSTAMI, A.S.; MOHAMAD, S.A.; ALZABEEBEE, S.; AL-HAMD, R. K. S.; AL-BANDER, B. Optimized punching shear design in steel fiber-reinforced slabs: Machine learning vs evolutionary prediction models. *Engineering Structures*, v. 322, 2025. DOI: 10.1016/j.engstruct.2024.119150
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib* Model Code for Concrete Structures 2020. Berlin, Germany: Ernst & Sohn, 2023.
- FRAILE, D. H.; FACCIN, E.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G.; MUTTONI, A. Fibre orientation in SFRC slabs and consequences for punching shear and flexural resistance. *Engineering Structures*, v. 302, 2024. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117364
- GOUVEIA, N.D.; Lapi, M.; Orlando, M.; Faria, D. M. V.; Ramos, A. M. P. Experimental and theoretical evaluation of punching strength of steel fiber reinforced concrete slabs. *Structural Concrete*, 2018. DOI: 10.1002/suco.201700136
- LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. Using element embedded rebar model in Ansys for the study of reinforced and prestressed concrete structures. *Computers and Concrete*, v. 19, n. 4, p. 347–356, 2017. DOI: 10.12989/cac.2017.19.4.347
- LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, B. M.; PACHECO, A. R.; RENAN, R. S. G. Numerical simulation of the constructive steps of a cable-stayed bridge using Ansys. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 69, n. 3, p. 269–281, 2019. DOI: 10.12989/sem.2019.69.3.269
- MARÍ, A.; SPINELLA, N.; RODRÍGUEZ, M. A. Mechanical model for the shear-punching strength of steel fiber reinforced concrete slabs under concentric loading. *Structures*, v. 52, 2023. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.04.035
- MUKHTAR, F.; LARDHI, M. Punching shear of sustainable recycled aggregate FRC slabs strengthened with NSM FRP bars. *Case Studies in Construction Materials*, v. 21, 2024. DOI: 10.1016/j.cscm.2024.e03468
- SCHIMANOWSKI, E. R. Z. Análise da punção em lajes com vazios esféricos através do Método dos Elementos Finitos. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2024.
- SCHIMANOWSKI, E. R. Z.; TAMAYO, J. P.; LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A. State-of-the-Art review of numerical simulation of punching shear in slabs. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2025. DOI: 10.1007/s11831-025-10294-9
- VOO, J. Y. L.; FOOSTER, S. J. Variable engagement model for fibre reinforced concrete in tension. Sydney: The University of New South Wales, 2003.