



Comparação entre Dois Modelos Constitutivos para a Simulação do Confinamento de Concretos de Alta Resistência

RENATA REIS DE JESUS¹, AMÉRICO CAMPOS FILHO², PAULA MANICA LAZZARI³

¹ UFRGS / PPGE/ renata.reis1293@hotmail.com

² UFRGS / PPGE/ americo.campos.filho@gmail.com

³ UFRGS / PPGE/ p.manica.lazzari@gmail.com

Resumo

O presente trabalho apresenta a validação de modelos constitutivos para a representação do comportamento de concretos de diferentes resistências à compressão, com e sem confinamento lateral ativo. Para isso, foram utilizados como referência os resultados experimentais de Attard e Setunge (1996), que disponibilizaram curvas completas tensão–deformação sob compressão uniaxial e triaxial, abrangendo concretos com resistência à compressão entre 60 e 132 MPa e níveis de confinamento entre 1 e 20 MPa. A modelagem numérica foi conduzida no ANSYS (APDL), considerando dois modelos constitutivos: um modelo elastoplástico, com base no Código Modelo da *fib* 2010, conforme Lazzari (2016), utilizando a sub-rotina customizada USERMAT, e o modelo de Drucker–Prager (DP). O procedimento de validação envolveu a aplicação de pressões laterais constantes e carregamento axial controlado por deslocamento, permitindo alcançar a região pós-pico das curvas numéricas. Os resultados demonstraram que o modelo customizado, utilizando a USERMAT, apresentou maior proximidade em relação aos valores experimentais de carga última, especialmente em concretos de alta resistência, enquanto o modelo DP exibiu maior dispersão e tendência a superestimar ou subestimar a resistência. Conclui-se que o USERMAT oferece melhor capacidade de representar o comportamento não linear do concreto.

Palavras-chave

Concreto de alta resistência; confinamento lateral; ANSYS APDL; modelo constitutivo; USERMAT; Drucker–Prager.

Introdução

A validação do modelo numérico foi realizada com base na investigação experimental de Attard e Setunge (1996), que apresentou curvas completas tensão–deformação para concretos sob compressão uniaxial e sob confinamento lateral ativo em célula triaxial. O programa experimental contemplou concretos com resistências à compressão uniaxial (f_c) de 60, 96, 100, 110, 118, 120, 126 e 132 MPa, avaliando o efeito de pressões de confinamento típicas de 5, 10 e 15 MPa, além de casos adicionais em 1 MPa e 20 MPa. As curvas obtidas se estenderam até a região pós-pico, permitindo caracterizar o amolecimento e a ductilidade sob diferentes níveis de confinamento. O estudo teve dois objetivos principais: (i) fornecer dados experimentais completos para calibração e validação de modelos constitutivos; e (ii) propor um modelo analítico capaz de representar, com parâmetros físicos, o comportamento de concretos não confinados e confinados em ampla faixa de resistências, considerando a influência do nível de confinamento sobre a tensão de pico e a deformação correspondente.

A Tabela 1 apresenta os valores de pico de tensão (f_0) e as deformações correspondentes (ϵ_0).

Tabela 1 – Propriedades mecânicas dos concretos estudados.

Mistura	f_c (MPa)	f_0 (MPa)	f_r (kN/cm ²)	ϵ_0	ϵ_c	E_c (MPa)
aR	120	125	0,05	0,0026	0,003	55,7
	120	128	0,1	0,0029		
	120	165	0,5	0,0036		
	120	192	1	0,005		
	120	220	1,5	0,0069		
	120	234	2	0,008		
bR	120	168	0,5	0,0042	0,0028	52,8
	120	187	1	0,0048		
	120	211	1,5	0,0057		
cR	110	150	0,5	0,0035	0,0028	55,4
	110	175	1	0,004		
	110	192	1,5	0,0046		
dR	100	106	0,1	0,0021	0,0027	52,9
	100	121	0,5	0,0036		
	100	144	1	0,0047		
	100	165	1,5	0,0058		
aB	132	180	0,5	0,005	0,0034	49,3
	132	200	1	0,0058		
	132	222	1,5	0,0078		
dB	126	162	0,5	0,005	0,0034	49,4
	126	186	1	0,0071		
	126	211	1,5	0,0089		
aH	118	154	0,5	0,0038	0,0028	57,8
	118	173	1	0,0049		
	118	201	1,5	0,0062		
bH	110	153	0,5	0,0041	0,0028	58,7
	110	164	1	0,0055		
	110	185	1,5	0,0059		
cH	100	127	0,5	0,0039	0,0026	54,6
	100	153	1	0,0052		
	100	169	1,5	0,0075		
dH	96	119	0,5	0,0037	0,0028	55,8
	96	147	1	0,0052		
	96	157	1,5	0,0052		
eH	60	67	0,1	0,0027	0,0021	45,1
	60	95	0,5	0,0048		
	60	122	1	0,0076		
	60	145	1,5	0,0099		

Sendo:

Mistura – Identificação da série experimental conforme nomenclatura do artigo.

f_c – Resistência à compressão axial do concreto sem confinamento (MPa).

f_0 – Tensão axial máxima observada no ensaio (MPa).

f_r – Pressão lateral de confinamento aplicada na célula triaxial (MPa).

ϵ_0 – Deformação axial correspondente à tensão de pico (adimensional).

ϵ_c – Deformação axial na ruptura (adimensional).

E_c – Módulo de elasticidade inicial do concreto (MPa).

A metodologia adotada neste estudo foi estruturada em três etapas principais:

1. **Seleção da base experimental:** utilização dos resultados de Attard e Setunge (1996), que forneceram curvas tensão–deformação de concretos submetidos à compressão uniaxial e triaxial.
2. **Modelagem numérica:** simulações no ANSYS (APDL), em regime não linear, utilizando os modelos USERMAT, com base no Código Modelo da *fib* 2010, conforme Lazzari (2016), e Drucker-Prager. As condições de contorno reproduziram os ensaios experimentais, aplicando confinamento lateral constante e carregamento axial por deslocamento imposto.
3. **Comparação e análise:** confronto entre resultados experimentais e numéricos por meio de gráficos carga $\times$ deformação e diferenças percentuais médias, avaliando a aderência de cada modelo.

As simulações foram conduzidas no **ANSYS (APDL)** em regime não linear (geometria e material), adotando duas descrições constitutivas para o concreto:

- USERMAT utilizado como modelo principal, calibrado com parâmetros de f_{ck} , f_{cm} , f_{ctm} , E_c , coeficiente de Poisson e parâmetros de fissuração;
- Drucker-Prager (DP): usado para comparação, por ser um critério de plasticidade “clássico” para materiais friccionais (sem representação detalhada da fissuração e do amolecimento).

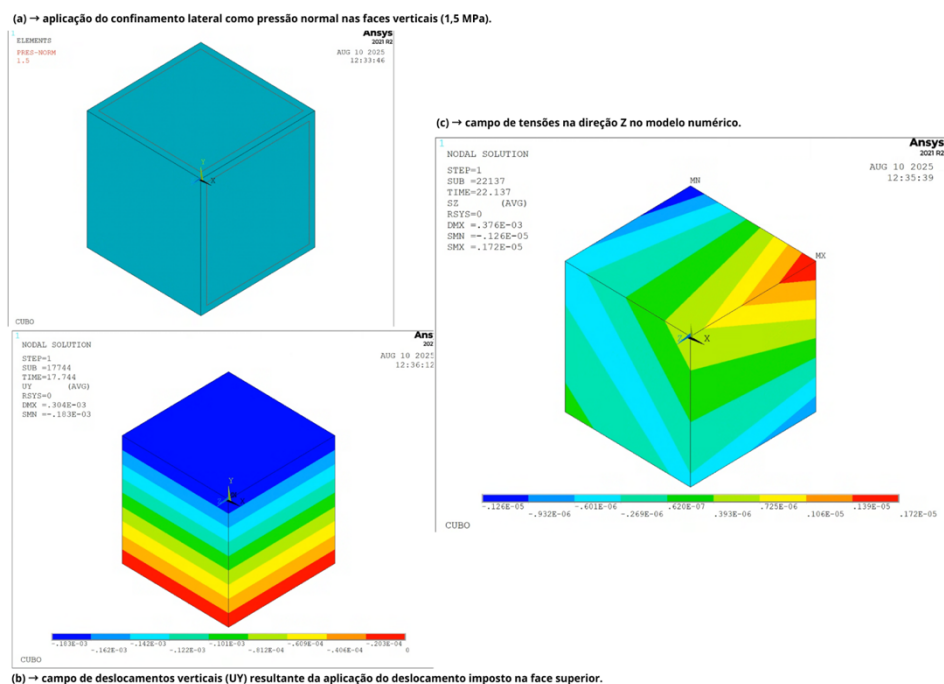
Foi modelado um cubo (unidade representativa de material), com **elementos** SOLID186, malha com tamanho máximo $s_{mesh} = 1$, e simetrias impostas nos planos coordenados ($X=0$, $Y=0$, $Z=0$), compatíveis com o arranjo cúbico adotado no script. O confinamento lateral foi aplicado como pressão constante nas faces verticais do modelo, respeitando os níveis de pressão relativos a cada valor de f_r considerado, conforme adotado nos estudos de referência. Essa pressão foi implementada como carga de superfície normal às faces, sendo mantida constante durante a etapa de aplicação do carregamento axial.

O carregamento axial foi imposto por deslocamento controlado na face superior do modelo (UZ), permitindo o avanço da análise até a região pós-pico da curva carga–deslocamento. Esse método

assegura maior estabilidade numérica em análises não lineares, especialmente quando há amolecimento do material. O controle e a convergência da solução foram garantidos por meio de *time stepping* automático, busca linear (*line search*) quando necessário, e ajustes de tolerância em força e deslocamento para manter o avanço estável no regime pós-pico.

A **Figura 1(a)** apresenta a aplicação da pressão lateral (confinamento), enquanto **1(b)** mostra a distribuição da pressão normal nas faces do modelo. Já a **1(c)** ilustra o campo de deslocamentos verticais resultantes da aplicação do carregamento axial.

Figura 1 – Condições de contorno e carregamentos aplicados no modelo numérico:



Para a análise numérica, foram adotados dois modelos constitutivos para o concreto: **USERMAT** e **Drucker–Prager (DP-CONCRETE)**. A **USERMAT** foi configurada a partir das recomendações do CEB-FIP MC90, incorporando propriedades elásticas, efeitos de fissuração, retração e fluência. Já o modelo Drucker–Prager foi utilizado como critério comparativo, representando a plasticidade clássica do concreto. Os parâmetros adotados para o modelo **USERMAT** estão apresentados na Tabela 2, enquanto os parâmetros referentes ao modelo Drucker–Prager encontram-se na Tabela 3.

Tabela 2– Parâmetros adotados para o modelo USERMAT

Parâmetro	Descrição	Valor adotado	Unidade
temperatura	Temperatura média de referência	25	°C
nurev	Coefficiente de Poisson do concreto	0,3	—
s	Coefficiente dependente do tipo de concreto (CEB-MC90, eq. 2.1-54)	0,2	—
rh	Umidade relativa do ambiente	70	%
betasc	Coefficiente dependente do tipo de cimento (RS)	8	—
alpha	Efeito do tipo de cimento durante a cura (RS)	1	—
fck	Resistência característica à compressão	5,2	kN/cm ²
hf	Espessura fictícia calculada como $2A_c/u$	6,7	cm
ti	Idade inicial do concreto	0	dias
ts	Idade do concreto no início da secagem	28	dias
t0	Idade do concreto no início do carregamento	28	dias
tinf	Tempo final da análise	500	dias
ndec	Pontos por década para cálculo da cadeia de Kelvin	10	—
ktime	Tempo da análise para saída de dados	30	dias
kelemid	Identificação do elemento para saída	1	—
kkDomIntPt	Identificação do ponto de integração	2	—
Liga fluencia	Ativação (1) ou desativação (0) da fluência	0	—
Liga retracao	Ativação (1) ou desativação (0) da retração	0	—
Liga fissura	Ativação (1) ou desativação (0) da fissuração	1	—
Desliga tempo	Tempo máximo para considerar fluência	501	dias
texist	Idade do concreto no lançamento do balanço sucessivo	0	dias

Tabela 3 – Parâmetros adotados para o modelo Drucker–Prager

Parâmetro	Valor adotado	Unidade	Descrição
E_c	20000	GPa	Módulo de elasticidade (MP , EX)
ν_c (ν_c)	0,2	—	Coefficiente de Poisson (MP , $NUXY$)
R_c	30000	MPa	Resistência à compressão (TB DATA no DP)
R_t	3000	MPa	Resistência à tração (TB DATA no DP)
R_b	36000	MPa	Resistência biaxial (TB DATA no DP)
δ_{lt}	0,25	—	Dilatância em tração (TB , $DILA$)
δ_{lc}	1	—	Dilatância em compressão (TB , $DILA$)
κ_{cm}	(calculado)	—	Encruamento isotrópico (TB , $HSD6$)
κ_{cr}	(calculado)	—	Amolecimento relativo inicial (TB , $HSD6$)
ω_{ci}	0,33	—	Amolecimento relativo residual (TB , $HSD6$)
ω_{cr}	0,1	—	Softening relativo residual (TB , $HSD6$)
κ_{tr}	0,0005	—	Transição de endurecimento (TB , $HSD6$)
ω_{tr}	0,2	—	Transição de endurecimento (TB , $HSD6$)

A comparação dos resultados foi realizada para cada valor de f_{ck} , por meio dos gráficos carga versus deformação obtidos nos modelos numéricos e da Tabela 4, que apresenta as diferenças percentuais entre os resultados experimentais disponíveis e as simulações. Cabe destacar que não foi possível reproduzir as curvas experimentais completas devido à limitação de dados no estudo de referência.

Gráfico 1 – $f_{ck} = 60$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

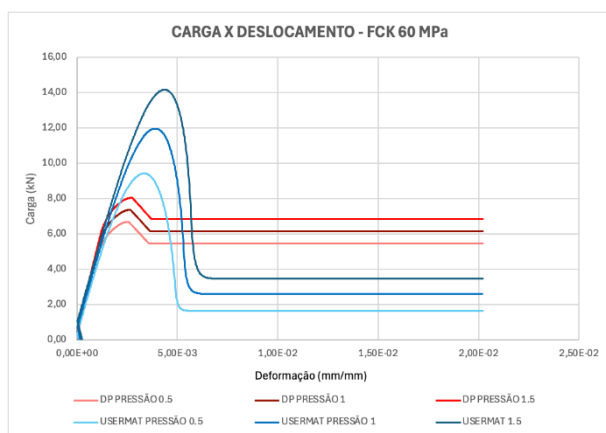


Gráfico 2 – $f_{ck} = 96$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

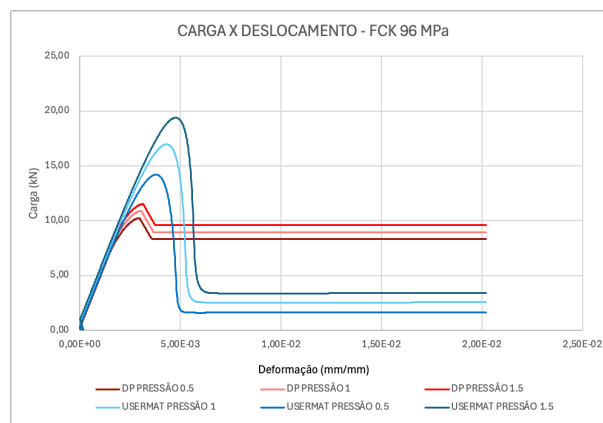


Gráfico 3 – $f_{ck} = 100$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

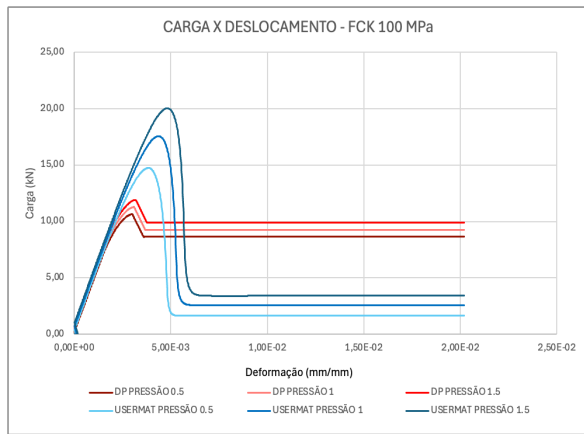


Gráfico 4 – $f_{ck} = 110$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

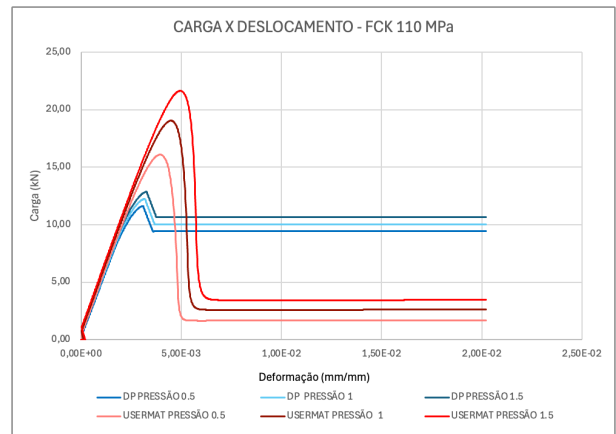


Gráfico 5 – $f_{ck} = 118$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

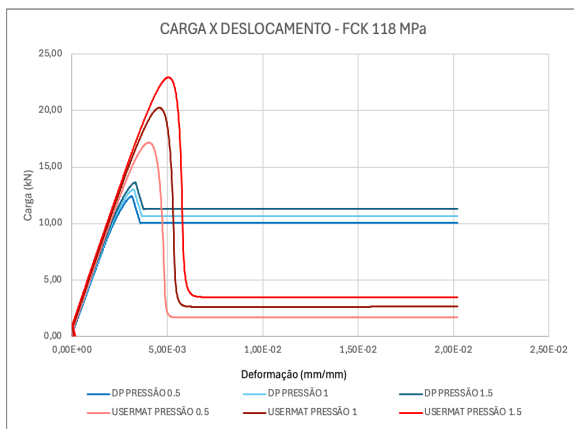


Gráfico 7 – $f_{ck} = 120$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

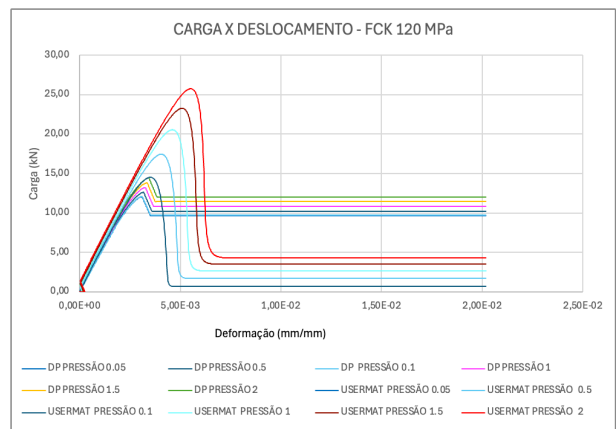


Gráfico 8 – $f_{ck} = 126$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

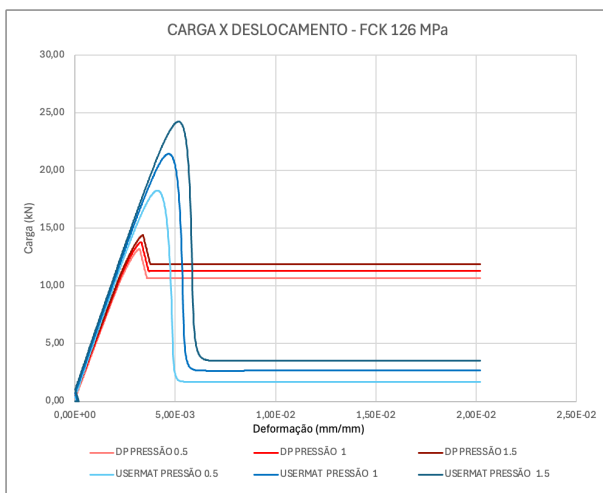


Gráfico 9 – $f_{ck} = 132$ MPa – Modelo USERMAT × Modelo DP

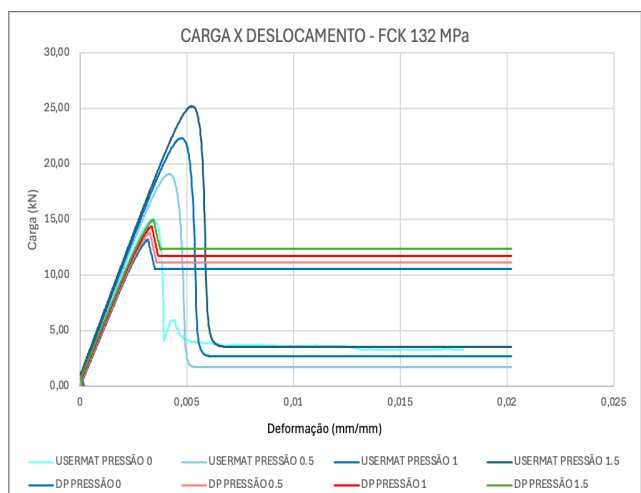


Tabela 4 – Resultados Comparativos – Parâmetros Mecânicos Obtidos Experimentalmente e por Modelos Numéricos (USERMAT e Drucker–Prager)"

Mistura	fr,(kN/cm2)	f0 (kN/cm2)	f0 USERMAT (kN/cm2)	DIFERENÇA (%)	eo (‰)	eo Usermat (‰)	DIFERENÇA (%)	f0 DP (kN/cm2)	DIFERENÇA (%)	eo DP (‰)	DIFERENÇA (%)	Ec,MPa
aR	0	12	13,5299	13%	3,00	3,29342	10%	12,0607	1%	3,0848	3%	55,7
	0,05	12,5	13,9546	12%	2,60	3,3777	30%	12,0900	-3%	3,1650	22%	
	0,1	12,8	14,3677	12%	2,90	3,45597	19%	13,8342	8%	3,3456	15%	
	0,5	16,5	17,2946	5%	3,80	4,00401	5%	14,6000	-12%	3,4200	-10%	
	1	19,2	20,3844	6%	5,30	4,58248	-14%	15,6000	-19%	3,5000	-34%	
	1,5	22	23,0989	5%	6,00	5,0829	-15%	16,5500	-25%	3,5800	-40%	
	2	23,4	25,5654	9%	8,00	5,53529	-31%	17,3000	-26%	3,6500	-54%	
					0,00	0				0,0000		
bR	0	12	13,5299	13%	2,80	3,29342	18%	12,0607	1%	3,0848	10%	52,8
	0,5	16,8	17,2946	3%	4,20	4,00401	-5%	12,0900	-28%	3,1650	-25%	
	1	18,7	20,3844	9%	4,80	4,58248	-5%	12,6111	-33%	3,1650	-34%	
	1,5	21,1	23,0989	9%	5,70	5,0829	-11%	13,8342	-34%	3,3456	-41%	
					0,00	0						
cR	0	11	12,3356	12%	2,80	3,20313	14%	11,4500	4%	2,8784	3%	55,4
	0,5	15	16,0944	7%	3,50	3,94778	13%	13,0144	-13%	2,3795	-32%	
	1	17,5	19,0487	9%	4,40	4,49	2%	14,5657	-17%	3,7698	-14%	
	1,5	19,2	21,6431	13%	6,00	4,95224	-17%	15,9314	-17%	4,3650	-27%	
					0,00	0						
dR	0	10	11,1375	11%	2,70	3,1008	15%	10,2503	3%	2,6000	-4%	52,9
	0,1	10,6	11,9073	12%	3,10	3,2573	5%	10,5083	-1%	2,7090	-13%	
	0,5	12,1	14,7412	22%	3,60	3,82731	6%	11,5403	-5%	2,8735	-20%	
	1	14,4	17,5571	22%	4,70	4,36953	-7%	12,8035	-11%	3,7655	-20%	
	1,5	16,5	20,0276	21%	5,80	4,81156	-17%	14,1143	-14%	4,2927	-26%	
					0,00	0	0%					
aB	0	13,2	15	14%	3,40	3,41382	0%	19,2645	46%	0,4201	-88%	49,3
	0,5	18	19,09	6%	5,00	4,16868	-17%	19,4833	8%	0,3801	-92%	
	1	20	22,3463	12%	5,80	4,73117	-18%	19,6427	-2%	0,3401	-94%	
	1,5	22,2	25,2051	14%	7,80	5,23367	-33%	19,9210	-10%	3,7470	-52%	
					0,00	0						
dB	0	12,6	14,25	13%	3,40	3,35362	-1%	11,2916	-10%	2,9655	-13%	49,4
	0,5	16,2	18,2711	13%	5,00	4,10843	-18%	12,2016	-25%	3,0999	-38%	
	1	18,6	21,4485	15%	7,10	4,67089	-34%	12,9405	-30%	3,2064	-55%	
	1,5	21,1	24,2423	15%	8,90	5,15326	-42%	14,0216	-34%	3,3689	-62%	
					0,00	0	0%					
aH	0	11,8	13,2897	13%	2,80	3,27536	17%	11,2200	-5%	2,9400	5%	57,8
	0,5	15,4	17,1791	12%	3,80	4,0281	6%	12,4129	-19%	3,1449	-17%	
	1	17,3	20,2476	17%	4,90	4,59052	-6%	13,0283	-25%	3,2453	-34%	
	1,5	20,1	22,9447	14%	6,20	5,05274	-19%	13,6413	-32%	3,3255	-46%	
					0,00							
bH	0	11	12,3356	12%	2,80	3,20313	14%	11,4500	4%	2,8784	3%	58,7
	0,5	15,3	16,0944	5%	4,10	3,94778	-4%	13,0144	-15%	2,8784	-30%	
	1	16,4	19,0487	16%	5,50	4,49	-18%	14,5657	-11%	3,7698	-31%	
	1,5	18,5	21,6431	17%	5,90	4,95224	-16%	15,9314	-14%	4,3650	-26%	
					0,00							
cH	0	10	11,1375	11%	2,60	3,1008	19%	10,2503	3%	2,6000	0%	54,6
	0,5	12,7	14,7412	16%	3,90	3,82731	-2%	11,5403	-9%	2,8735	-26%	
	1	15,3	17,5571	15%	5,20	4,36953	-16%	12,8035	-16%	3,7655	-28%	
	1,5	16,9	14,7412	-13%	7,50	3,82731	-49%	14,1143	-16%	4,2927	-43%	
					0,00							
dH	0	9,6	10,6509	11%	2,80	3,05266	9%	10,9500	14%	2,7200	-3%	55,8
	0,5	11,9	14,1993	19%	3,70	3,78716	2%	14,6875	23%	2,8669	-23%	
	1	14,7	16,9649	15%	5,20	4,30927	-17%	16,3179	11%	3,9198	-25%	
	1,5	15,7	19,3897	24%	5,20	4,77136	-8%	17,7475	13%	4,5443	-13%	
					0,00					0,0000		
eh	0	6	6,06	1%	2,10	2,5352	21%	6,0500	1%	2,4500	17%	45,10
	0,1	6,7	6,8	1%	2,70	2,7097	0%	6,8500	2%	2,6200	-3%	
	0,5	9,8	9,28	-5%	4,80	3,2754	-32%	13,2285	35%	3,2812	-32%	
	1	12,2	11,8	-3%	7,60	3,8655	-49%	14,9186	22%	4,3275	-43%	
	1,5	14,5	13,99	-4%	9,90	4,2691	-57%	16,5413	14%	4,8894	-51%	
Δ% positivo → valor experimental > numérico												
Δ% negativo → valor experimental < numérico												



Conclusão da Comparação dos Resultados

A análise comparativa entre os modelos numéricos USERMAT e Drucker–Prager (DP), confrontados com os resultados experimentais, evidenciou que o modelo USERMAT apresentou, de forma consistente, maior proximidade dos valores experimentais de carga última em praticamente todos os valores de resistência à compressão (f_{ck}) avaliados.

Para concretos de alta resistência ($f_{ck} \geq 110$ MPa), a aproximação do USERMAT foi ainda mais significativa, com diferenças percentuais reduzidas em relação ao experimental, enquanto o modelo DP apresentou maior dispersão, tendendo a subestimar ou superestimar a capacidade resistente. Já para concretos de média e baixa resistência, embora ambos os modelos tenham mostrado desvios mais pronunciados, o USERMAT manteve desempenho superior ao DP na maioria dos casos.

Essa tendência foi observada de forma clara nos gráficos carga $\times$ deformação, onde o formato da curva obtida pelo USERMAT se aproximou mais do comportamento experimental, especialmente na região pós-pico. A Tabela 4 reforça esses resultados, quantificando as diferenças para cada f_{ck} e nível de confinamento, confirmando o melhor ajuste do USERMAT frente ao DP.

Referências

ANSYS Inc. *ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 2023 R1*. Canonsburg, PA, 2023.

ATTARD, M.; SETUNGE, L. Stress–strain relationship of confined and unconfined concrete. *Materials and Structures*, v. 29, p. 436–444, 1996. DOI: 10.1007/BF02486341.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Berlin, Germany, 2013.

LAZZARI, P. M. Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.