

Proposições para a Definição da Tensão Última em Cabos Não Aderentes

Tiago C. L. Monteiro¹, Marcelo Voelcker², Ranier A. Barbieri³, Francisco P. S. L. Gastal⁴

^{1,2} Mestre em Estruturas, ³ Doutor em Estruturas, ⁴ Professor Ph.D. - PPGE/UFRGS

Resumo

O principal sistema de protensão não aderente é o que utiliza a mono-cordoalha engraxada e plastificada, que alia os benefícios da protensão e a simplicidade necessária às obras moldadas no local. Visando contribuir para o desenvolvimento das formulações nacionais de projeto dos elementos com protensão não aderente, uma pesquisa foi realizada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGE/UFRGS. Utilizando-se de ferramenta numérica já desenvolvida no PPGE/UFRGS, um estudo paramétrico sobre as principais variáveis que influenciam no comportamento dos elementos com protensão não aderente foi realizado. Posteriormente, estabeleceu-se uma correlação entre os resultados não-aderentes obtidos da análise paramétrica com resultados aderentes, visando contribuir para o estabelecimento de um método para a previsão da tensão última na armadura não aderente com formulações do tipo compatibilidade de deformações.

Palavras-chave

Concreto protendido; protensão não-aderente; tensão última.

Introdução

A protensão não aderente caracteriza-se pela possibilidade de deslocamento relativo do cabo de protensão em relação ao concreto. Não é verificada, portanto, a compatibilidade de deformações, ao contrário do que acontece na protensão com armadura aderente, conforme verifica-se na Figura 1.

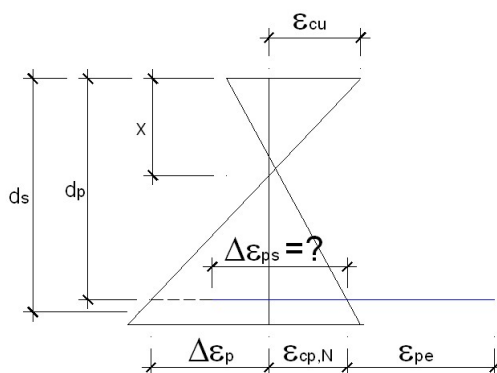


Figura 1 – Deformações na seção transversal.

Em elementos com protensão não aderente ainda é desconhecida a determinação precisa da tensão última na armadura ativa f_{ps} , ou seja, a tensão atuante na armadura no estado limite último. Como não existe a compatibilidade de deformações, não se pode obter uma solução analítica a partir de uma

análise local de uma determinada seção, como ocorre no caso aderente. O presente trabalho se propõe a estabelecer uma formulação semi-empírica para a resolução de casos em protensão não aderente, baseando-se em uma correlação com os casos com aderência, conforme será apresentado adiante.

Metodologia de Pesquisa

A metodologia proposta foi baseada nos seguintes trabalhos desenvolvidos na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação do Professor Ph.D Francisco P. S. L. Gastal:

- Modelo Numérico para a Análise à Flexão de Elementos com Protensão Aderente e Não Aderente - Tese de Doutorado. Barbieri (2003);
- Análise dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Não Aderentes – Dissertação de Mestrado – Voelcker (2004);
- Análise Comparativa dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Aderentes e Não Aderentes – Monteiro (2008).

O estudo paramétrico realizado por Voelcker (2004) tratou de discutir a influência de diversos parâmetros sobre o incremento de tensão em elementos com protensão não-aderente. Com a análise numérica de mais de 4 mil protótipos (vide Figura 2) de lajes com largura unitária de 1 m e resistência à compressão de 40 MPa, pôde-se, ao término da pesquisa, avaliar a contribuição das diversas variáveis em Δf_{ps} . O modelo numérico utilizado fora o elemento finito do tipo híbrido de Barbieri (2003), o qual já se mostrou uma valiosa ferramenta para a análise de elementos com protensão não-aderente.

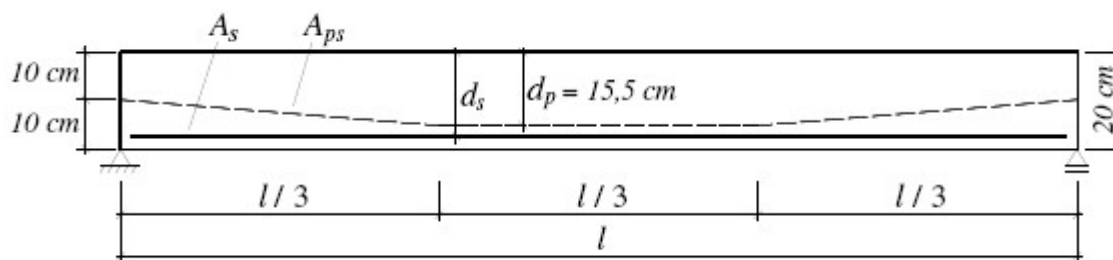


Figura 2 – Protótipo modelo idealizado por Voelcker.

Com relação aos parâmetros variados, foi observado que a tensão efetiva f_{pe} (tensão no de protensão deduzidas as perdas) exercera grande influência em Δf_{ps} , passando a se tornar um parâmetro principal de variação, segundo os valores de 92,7 kN/cm², 112,5 kN/cm², 132,3 kN/cm² e 152,0 kN/cm². A esbeltez à flexão l/d_p foi analisada pela variação do vão do elemento, resultando nos valores de 21,7, 38,7 e 55,7. Com relação ao carregamento, foram analisados protótipos com carregamentos nos terços, distribuído e concentrado. Foram estabelecidos 6 grupos com variações internas de parâmetros relativos à taxa mecânica de armadura ω_e e índice de protensão parcial $PPRe$ (relação entre a resultante de força de tração de protensão e a resultante total de tração). A faixa de variação dos parâmetros de ω_e pode ser visualizada na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1 - Faixas de valores atribuídas aos parâmetros internos de ω_e .

Parâmetro		Valor mínimo	Valor máximo
Parâmetros internos de ω_e	f_y (kN/cm ²)	12,5	100,0
	d_s (cm)	12,5	20
	A_{ps} (cm ²)	1,57	30,90
	A_s (cm ²)	2,88	104,00
ω_e	(adimensional)	0,10	0,90
$PPRe$	(adimensional)	0,074	0,832

As expressões que descrevem a taxa mecânica de armadura e o índice de protensão parcial são as seguintes:

$$\omega_e = \frac{A_{ps} f_{pe}}{b d_p f_c} + \frac{A_s f_y}{b d_s f_c} \quad (1)$$

$$PPR_e = \frac{A_{ps} f_{pe}}{A_{ps} f_{pe} + A_s f_y} \quad (2)$$

A partir de então, passou-se a pensar em uma metodologia para o cômputo do incremento de tensão Δf_{ps} com alguma fundamentação teórica, conforme a pesquisa de Monteiro (2008), e não mais um estudo meramente comparativo de resultados. Essa metodologia parte de uma distribuição idealizada de curvaturas, a qual pode ser vista na Figura 3 – Distribuição idealizada de curvaturas. abaixo.

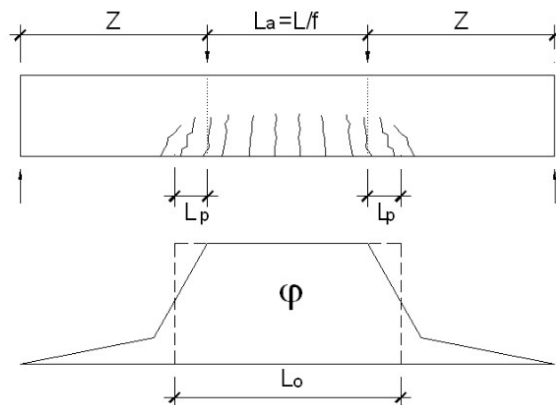


Figura 3 – Distribuição idealizada de curvaturas.

Neste diagrama idealizado, admite-se que todas as deformações se dão na região plastificada L_o . Este comprimento de plastificação do elemento fletido é dependente do tipo de carregamento e da esbeltez à flexão do elemento, segundo Lee et al (1999)\0. O acréscimo do comprimento de plastificação devido às fissuras inclinadas de esforço cortante L_p pode ser tomado como $0,5d_p$. Com isso, pode-se verificar a identidade da equação abaixo:

$$\frac{L_o}{L} = \frac{1}{f} + \frac{1}{L/d_p} \quad (2)$$

sendo:

- $f=3 \rightarrow$ carregamento nos terços;
- $f=6 \rightarrow$ carregamento uniformemente distribuído;
- $f=20 \rightarrow$ carregamento concentrado.

Admitindo-se as seguintes hipóteses:

- A deformação na armadura de protensão é a mesma ao longo do vão (isto é, despreza-se os efeitos do atrito), e ela é um valor médio que é computado ao longo da região plastificada;
- Desconsideração de coeficientes minoradores de resistência dos materiais;
- Domínios de deformações 2 e 3 admitidos para as análises, segundo a ABNT NBR 6118 (2003);

Utilizando-se da aplicação do chamado Estado de Neutralização (estado fictício no qual ter-se-iam tensões zeradas no concreto para uma dada tensão $\sigma_{cp,N}$), pode-se comprovar a identidade das equações abaixo, as quais descrevem a posição da linha neutra nos domínios 2 e 3, respectivamente:

$$x^2 - x \left\{ d_s + \frac{1}{0,8f_c b} \left[A_s f_y + A_{ps} \left(\left(\frac{L_o}{L} \right) (\sigma_{cp,N} + E_p 10\%_{00}) + f_{pe} \right) \right] \right\} + \frac{d_s}{0,8f_c b} \left\{ A_s f_y + A_{ps} \left[\left(\frac{L_o}{L} \right) \left(\sigma_{cp,N} + E_p 10\%_{00} \left(\frac{d_p}{d_s} \right) \right) + f_{pe} \right] \right\} = 0 \quad (3)$$

$$x^2 - x \left\{ \frac{1}{0,8f_c b} \left[A_s f_y + A_{ps} \left(\left(\frac{L_o}{L} \right) (\sigma_{cp,N} - E_p 3,5\%_{00}) + f_{pe} \right) \right] \right\} - \frac{A_{ps} E_p 3,5\%_{00}}{0,8f_c b} d_p \left(\frac{L_o}{L} \right) = 0 \quad (4)$$

Com a posição da linha neutra, e utilizando-se da equação de equilíbrio de forças na seção transversal, tem-se o valor da **tensão última** f_{ps} , conseqüentemente o **incremento de tensão** Δf_{ps} .

Nas análises utilizou-se como relação constitutiva a equação de Delavapura e Trados (1992).

Após análises iniciais, imaginando-se que poderiam ser aferidas expressões para L_o/L que resultassem em *comprimentos de plastificação equivalentes*, com melhores resultados nas comparações com as análises numéricas, optou-se por readequar o método, procedendo-se, então, da seguinte maneira:

1. Admite-se que o valor de f_{ps} obtido numericamente por Voelcker (2004) é o mesmo que obter-se-ia através da equação de equilíbrio de forças, segundo um determinado valor de x ;
2. Com o valor de x encontrado no item 1, força-se o valor da tensão última f_{ps} calculado pela equação constitutiva a ter o mesmo valor que a tensão última f_{ps} do item 1, mediante variação do índice L_o/L ;
3. O valor de L_o/L encontrado no item 2 é o a proporção do *comprimento de plastificação equivalente*.

Resultados Obtidos

Para análises iniciais, ainda sem a consideração do comprimento equivalente, e comparando-se casos aderentes com os de Voelcker (2004) não aderentes, as retas de regressão da figura abaixo mostram como é a dependência do incremento de tensão em relação à taxa mecânica de armadura, conforme se observa na Figura 4.

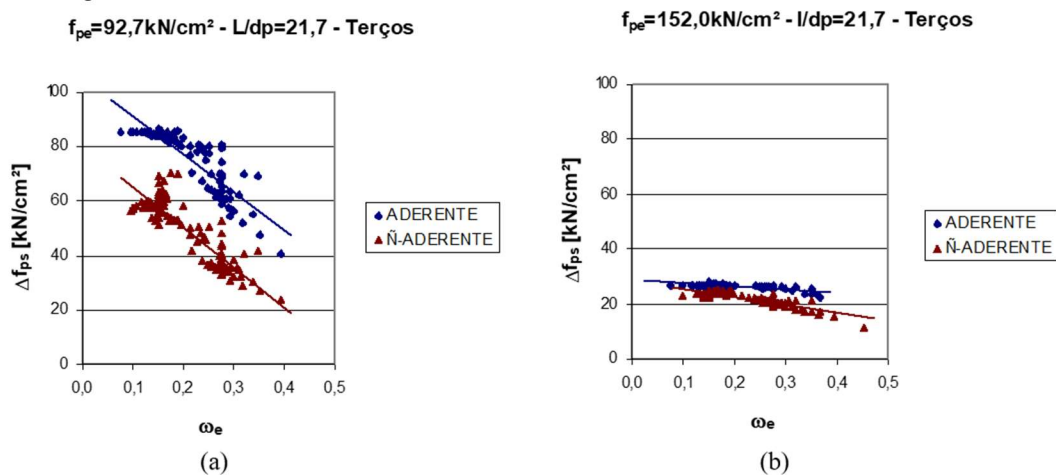


Figura 4 - Retas de regressão dos resultados obtidos – (a) carregamento nos terços, $L/dp=21,7$ e $f_{pe}=92,7 \text{ kN/cm}^2$, (b) carregamento nos terços, $L/dp=21,7$ e $f_{pe}=152 \text{ kN/cm}^2$.

Tao e Du (1985) já haviam observado experimentalmente essa tendência de inversa proporcionalidade entre as duas variáveis. Segundo Tao e Du (1985), quando a taxa mecânica de armadura diminui, a linha neutra move-se em direção à fibra mais comprimida e a capacidade de rotação do elemento e a magnitude do incremento de tensão aumentam.

Na Figura 4, os gráficos de regressões $\omega_e \times \Delta f_{ps}$, indicam a relação existente entre o caso aderente e não-aderente. Os valores encontrados no caso aderente são sempre maiores em relação ao não-aderente. De fato, a aderência garante um comportamento melhor à flexão para o elemento protendido. A aderência entre o aço de protensão e o concreto propicia um aumento da capacidade portante e uma melhor distribuição da fissuração. A Figura 5 abaixo compara curvas P- δ para os

mesmos protótipos com e sem aderência, tendo para ambos carregamento nos terços, tensão efetiva $f_{pe} = 92,7 \text{ kN/cm}^2$, esbeltez à flexão $l/d_p = 21,7$ e as seguintes variações de ω_e e PPR_e :

- Protótipo TER-21-7-0,30-0,150-92,7-REF: $\omega_e = 0,30$ e $PPR_e = 0,150$
- Protótipo TER-21-7-0,70-0,275-92,7-REF: $\omega_e = 0,70$ e $PPR_e = 0,275$

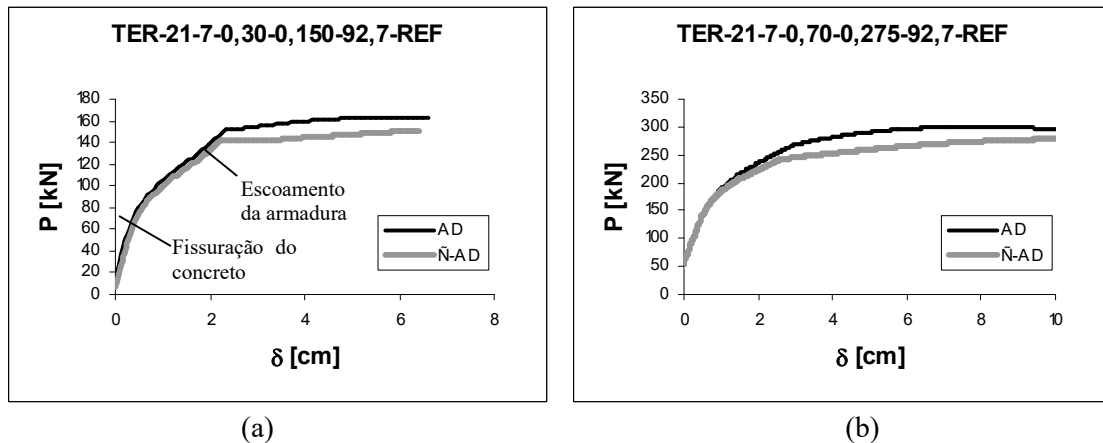


Figura 5 - Curvas comparativas P- δ para casos aderentes e não aderentes. (a) protótipo TER-21-7-0,30-0,150-92,7-REF (b) protótipo TER-21-7-0,70-0,275-92,7-REF

Os primeiros resultados obtidos pela metodologia desenvolvida, ainda sem a aferição do comprimento de plastificação equivalente, apresentaram boas correlações para o carregamento nos terços, conforme se observa na Figura 6 abaixo. No entanto, estas correlações não foram inicialmente tão boas para carregamento distribuído e concentrado. A boa aproximação dos pontos em torno da reta de correlação perfeita para o carregamento nos terços não se observa para os outros carregamentos. A correlação é ainda mais fraca no caso de carregamento concentrado em comparação ao carregamento distribuído.

O que acontece é que a metodologia inicialmente estudada utiliza apenas o trecho considerado como plastificado como sendo contribuinte para as deformações ao nível do perfil de protensão, o que é representativo para o carregamento nos terços, mas não tanto para o carregamento distribuído e ainda menos para o carregamento concentrado. Tal fato se dá porque todas as outras deformações reais que decorrem fora do referido trecho de plastificação equivalente estão sendo negligenciadas. Para o caso de carregamento nos terços esta hipótese é razoável, uma vez que o comprimento de plastificação é consideravelmente grande em relação ao vão e as deformações que ocorrem ao nível do perfil de protensão do elemento concentram-se basicamente nesta região. Já para os outros tipos de carregamento, como a região de plastificação é menor com relação ao vão, as deformações que ocorrem fora da mesma devem ser levadas em consideração.

**Comparação Analítico X Numérico -
L/dp=21,7 - Terços**

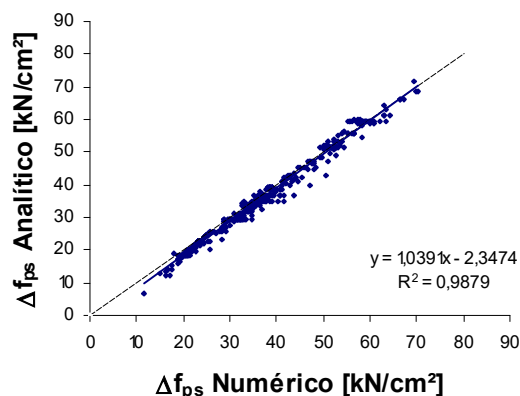


Figura 6 - Gráficos comparativos de resultados iniciais – (a) carregamento nos terços.

Pela adequação de um *comprimento de plastificação equivalente*, foram apontados como fatores influentes nas deformações fora da região plastificada a deformação de escoamento da armadura passiva ϵ_y , a deformação efetiva de protensão ϵ_{pe} , a taxa mecânica de armadura ω_e e o índice de protensão parcial PPR_e .

A Figura 7 abaixo mostra a influência da tensão de escoamento da armadura passiva, consequentemente da sua deformação de escoamento na distribuição de curvaturas, para o carregamento concentrado.

Distribuição de Curvaturas - CON-21,7-0,30-0,275-152,0

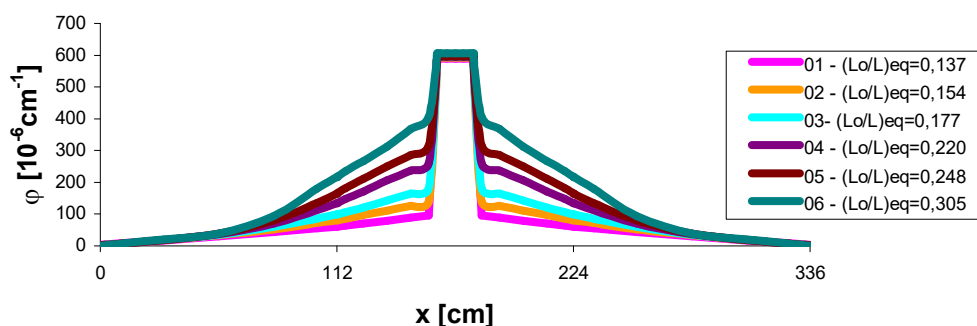


Figura 7 - Distribuição de curvaturas para diferentes tensões de escoamento da armadura passiva.

Os diferentes gráficos acima se referem a protótipos com mesma taxa de armadura, índice de protensão, tensão efetiva e tipo de carregamento, porém com valores distintos de tensão de escoamento da armadura passiva e área de armadura passiva. Do gráfico 01 ao 06 da figura acima, têm-se tensões de escoamento variando de 12,5 kN/cm² a 100 kN/cm² respectivamente. Pode-se observar que quanto maior a tensão (deformação) de escoamento da armadura passiva, maiores são as deformações fora da região plastificada, conseqüentemente maior $(L_o/L)_{eq}$.

Foram feitas, então, regressões de $(L_o/L)_{eq}$ que abrangessem as variáveis mais influentes acima citadas. Pela figura abaixo, indicam-se as regressões para os diferentes tipos de carregamento, onde no eixo das ordenadas tem-se a proporção do comprimento de plastificação equivalente $(L_o/L)_{eq}$ e no eixo das abscissas um parâmetro que tem como fatores as variáveis que mais influem em $(L_o/L)_{eq}$.

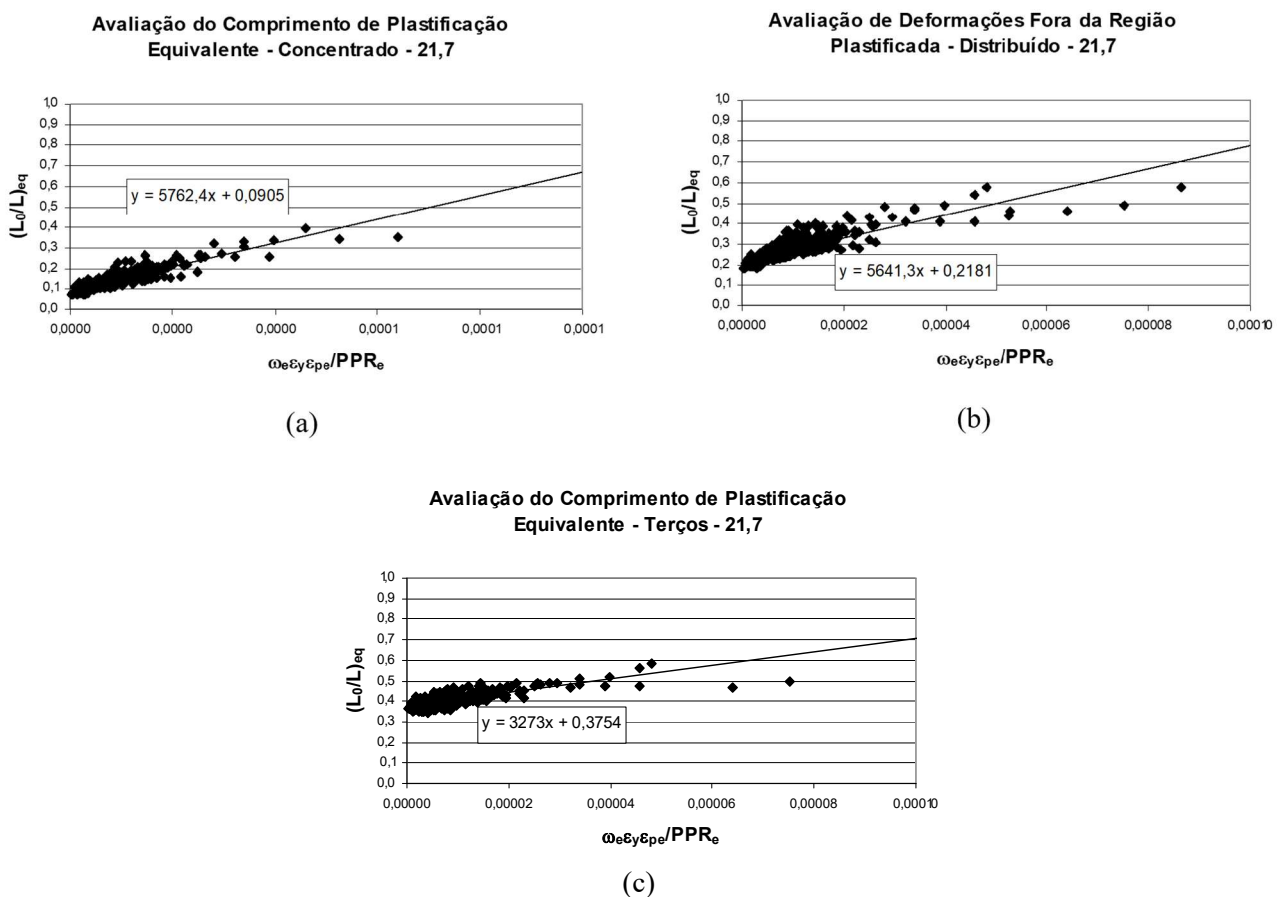


Figura 8 - Avaliação do comprimento de plastificação equivalente – (a) carregamento concentrado, (b) carregamento distribuído e (c) carregamento nos terços.

Com as expressões de regressão tomadas acima para o comprimento de plastificação equivalente, foram reavaliados os mesmos protótipos estudados inicialmente. As novas comparações indicam agora uma boa correlação não só para carregamento nos terços como também para os outros tipos de carregamento. Os coeficientes de determinação R-quadrado das comparações analítico com a

metodologia do comprimento de plastificação equivalente aferido e a análise numérica, são os seguintes:

- $R^2 = 0,9961$ – carregamento nos terços, esbeltez à flexão $L/d_p = 21,7$;
- $R^2 = 0,9260$ – carregamento distribuído, esbeltez à flexão $L/d_p = 21,7$;
- $R^2 = 0,8365$ – carregamento concentrado, esbeltez à flexão $L/d_p = 21,7$.

Para validação das expressões obtidas para $(L_o/L)_{eq}$, foram analisados alguns dos protótipos ensaiados experimentalmente por Tao e Du (1985). Eles constituíam-se de vigas de 16 cm de largura por 28 cm de altura, simplesmente apoiadas sob um vão de 420 cm de comprimento, com cargas nos terços. A armadura de protensão não-aderente possuía altura útil d_p de 22 cm, resultando, portanto, em um índice de esbeltez de 19,1, e a armadura passiva possuía altura útil d_s de 25 cm. A Tabela 2 abaixo indica alguns desses resultados.

Tabela 2 – Comparação de resultados da metodologia proposta com protótipos de Tao e Du (1985) – valores em kN/cm².

Protótipo	Experimental (1)		Abord Inicial (2)		Aferição L_o/L (3)		f_{ps}	
	Δf_{ps}	f_{ps}	Δf_{ps}	f_{ps}	Δf_{ps}	f_{ps}	(2)/(1)	(3)/(1)
TD-A1	49,8	145,8	40,8	136,8	40,3	136,3	0,94	0,93
TD-A2	52,6	143	44	134,4	43,8	134,2	0,94	0,94
TD-A3	35,6	117,6	41,7	123,7	41,7	123,7	1,05	1,05
TD-A4	59,6	146,5	46,2	133,1	46	132,9	0,91	0,91
TD-A5	50,5	131,5	49	130	49,1	130,1	0,99	0,99
TD-A6	20,9	106,3	30,7	116,1	31,1	116,5	1,09	1,1
TD-A7	55,1	143,6	45	133,5	45,5	134	0,93	0,93
TD-A8	39,6	129	44,1	133,5	45	134,4	1,04	1,04
TD-A9	18,8	110,8	19,8	111,8	20,8	112,8	1,01	1,02

Conclusões

Pelo presente trabalho, pode-se verificar a possibilidade de aferição da tensão última na armadura não-aderente através de uma análise do tipo compatibilidade de deformações, donde tem-se um

coeficiente redutor de aderência variando de zero a 1, sendo este coeficiente tomado como a proporção de um *comprimento de plastificação equivalente* do elemento.

As expressões propostas para consideração deste comprimento de plastificação equivalente são as seguintes:

$$(L_o / L)_{eq} = 3273\tau + 0,3754, \text{ para carregamento nos terços} \quad (5)$$

$$(L_o / L)_{eq} = 5641\tau + 0,2181, \text{ para carregamento distribuído} \quad (6)$$

$$(L_o / L)_{eq} = 5762\tau + 0,0905, \text{ para carregamento concentrado} \quad (7)$$

onde:

$$\tau = \frac{\varepsilon_y \varepsilon_{pe} \omega_e}{PPR_e} \quad (8)$$

Os protótipos da pesquisa de Voelcker (2004) que foram reanalisados segundo as expressões (5) a (7) mostraram uma excelente correlação para todos os carregamentos, indicando um modelo robusto e bem preditivo, conforme apresentado pelos coeficientes de determinação R^2 . Os protótipos ensaiados por Tao e Du (1985) também foram analisados segundo a metodologia proposta e também foram obtidos excelentes resultados. Com relação à influência do parâmetro esbeltez à flexão L/d_p , as análises de Voelcker (2004) demonstraram pouca influência no incremento da tensão última Δf_{ps} .

Sugere-se a continuidade da pesquisa considerando-se os efeitos reológicos dos materiais, bem como a utilização de interface amigável da ferramenta numérica, com programação orientada a objetos.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento: NBR 6118. Rio de Janeiro, 2003.
- BARBIERI, R. A. Modelo Numérico para a Análise à Flexão de Elementos com Protensão Aderente e Não Aderente. Porto Alegre: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, 2003, Tese de Doutorado.
- DELAVAPURA, P. K.; TRADOS, M. K. Stress-Strain Modelling of 270 ksi Low-Relaxation Prestressing Strands. PCI Journal, Chicago, PCI, v.37, n.2, p.100-106, Mar-Apr. 1992.
- DU, G.; TAO, X. Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Partially Prestressed Concrete Beams. PCI Journal, Chicago, PCI, v.30, n.6, p.72-91, Nov-Dec. 1985.
- LEE, L.; MOON, J.; LIM, J. Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure. ACI Structural Journal, Farmington Hills, ACI v.96, n.6, p.1040-1048, Nov-Dec. 1999.
- MONTEIRO, T. C. L. Análise Comparativa dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Aderentes e Não Aderentes: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, 2008, Dissertação de Mestrado
- VOELCKER, M. Análise dos Fatores Influentes na Tensão Última de Protensão em Cabos Não Aderentes. Porto Alegre: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, 2004, Dissertação de Mestrado