

Eficiência e Precisão na Otimização Estrutural Multiobjetivo com Metamodelo Kriging Calibrado

Fernando Luiz Tres Junior¹, Guilherme Fleith de Medeiros², Víctor Yepes³, Moacir Kripka⁴

^{1,2} Universidade de Passo Fundo / PPGEng / 161547@upf.br, guifleith@upf.br

³ Universitat Politècnica de València / ICITECH / vyepesp@cst.upv.es

⁴ Universidade Tecnológica Federal do Paraná / PPGECC / mkripka@upf.br

Resumo

A otimização estrutural é uma ferramenta efetiva para auxiliar engenheiros a encontrar soluções mais sustentáveis, mas ainda possui uma limitada aplicação em projetos reais. O principal desafio da otimização é o tempo despendido para realizar a análise estrutural, especialmente em estruturas de maior complexidade e que exigem simulações de maior precisão. Os metamodelos podem ser uma interessante solução a esse problema, realizando aproximações de baixo custo computacional em troca de uma pequena redução na precisão da análise. Nesse sentido, o presente estudo apresenta a calibração do metamodelo Kriging para criar uma superfície de resposta e obter aproximações da frequência natural de vigas de aço, criado a partir de simulações de alta fidelidade realizadas pelo método dos elementos finitos (MEF). O metamodelo é aplicado como um modelo substituto no problema de otimização, que é resolvido pelo método da Busca Harmônica Multiobjetivo (MOHS). A partir da avaliação de diferentes configurações do Kriging, foi possível obter uma relevância preditiva de 97% e resíduos muito baixos e aceitáveis. As vigas têm o seu custo e frequência natural otimizados com auxílio do metamodelo, onde é possível validar os resultados obtidos em uma comparação com a literatura, atestando a eficiência do programa em desenvolvimento nesta pesquisa. Por fim, o metamodelo proporcionou uma redução de 98% no tempo de execução da otimização em comparação a utilização de simulações de alta fidelidade, ao mesmo tempo em que mantém um erro de aproximação muito baixo e aceitável, mostrando o potencial da técnica.

Palavras-chave

Otimização estrutural, Metamodelos, Kriging, Desempenho dinâmico, Estruturas de aço, Busca Harmônica Multiobjetivo.

Introdução

A otimização estrutural busca identificar soluções com o melhor desempenho para um dado problema através de uma busca sistemática e racional dentre as possíveis configurações que a estrutura pode assumir (Zaheer; Yonggang; Qamar, 2022). Essa técnica promove um uso racional dos recursos naturais, e apresenta resultados muito promissores para auxiliar no desenvolvimento sustentável de países a partir de aplicações em larga escala (Lagaros, 2018). Entretanto, uma parte expressiva dos trabalhos sobre otimização estrutural se limitam a estudar problemas de referência e de pouca relevância prática (Mei; Wang, 2021).

Dentre as técnicas de otimização, os métodos heurísticos, ou probabilísticos, possuem ampla aplicação na engenharia estrutural por desempenho superior em funções mais complexas e com vários pontos de ótimo locais. A desvantagem das metaheurísticas está na necessidade da avaliação de um número expressivamente grande da função objetivo para convergir a um resultado ótimo (Negrin; Kripka; Yepes, 2023), possuindo um elevado custo computacional para sua execução. Em um contexto em que as análises estruturais se tornam cada vez mais complexas e precisas (Filomeno-Coelho, 2014), como na utilização do método dos elementos finitos (MEF) para uma avaliação

avançada do comportamento da estrutura com precisão, a avaliação de milhares soluções se torna um impeditivo para a aplicação das heurísticas. Para lidar com esse desafio, existe um interesse crescente na aplicação da metamodelos para acelerar a otimização (Amaral et al., 2022), os quais servem como um modelo substituto às simulações de alta precisão com um custo computacional inferior.

Os metamodelos consistem em técnicas de inteligência artificial que geram uma aproximação dos modelos de alta precisão através da criação de superfícies de resposta, sendo criados a partir de uma amostra reduzida de simulações de alta fidelidade. Dentre os métodos para criação de metamodelos, o mais estudado e aplicado em problemas de engenharia estrutural é o Kriging (Negrin; Kripka; Yepes, 2023), também conhecido como Regressão do Processo Gaussiano. Em publicações recentes, o Kriging é aplicado como um auxílio na minimização de emissões de CO₂ de pontes de concreto protendido (Yepes-Bellver et al., 2022), na otimização de passarelas de concreto com vigas caixão (Penadés-Plà; Yepes; García-Segura, 2020) e na otimização de três alternativas de estruturas para pontes considerando a interação estrutura-veículo (Ni et al., 2021).

Dentro do contexto apresentado, este trabalho apresenta a calibração do metamodelo Kriging com o intuito de servir como auxílio na otimização multiobjetivo de vigas de aço. O metamodelo é utilizado para prever a frequência natural das vigas, sendo criado a partir de simulações de alta fidelidade realizadas pelo MEF. O desempenho do metamodelo criado é avaliado em termos de capacidade preditiva, resíduos e economia de tempo da otimização, considerando diferentes tipos de modelos de covariância, bases de tendência e número de amostra.

Metamodelo Kriging

O metamodelo Kriging, também conhecido como Regressão por Processo Gaussiano, é uma técnica de aproximação amplamente reconhecida e extensivamente utilizada. Em uma revisão abrangente da literatura sobre metamodelos aplicados à otimização estrutural o Kriging foi identificado como o método mais estudado e implementado, aparecendo em 45% das publicações (Negrin; Kripka; Yepes, 2023). Devido à sua popularidade e desempenho sólido na otimização estrutural assistida por metamodelos, este estudo adota o metamodelo Kriging.

O princípio fundamental do Kriging descreve a resposta determinística $y(x)$ como a soma de uma função de aproximação $f(x)$ e um termo de desvio $Z(x)$ com média zero, variância σ^2 e covariância diferente de zero, conforme expresso na Eq. (1).

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (1)$$

Nesta formulação, $f(x)$ atua de maneira semelhante a um modelo de regressão, conforme mostrado na Eq. (2), onde β_i representa a média ou base de tendência do modelo para cada variável de resposta i . Segundo Simpson, existem 3 estratégias principais para determinar a base de tendência, o que define o tipo de metamodelo Kriging: Ordinário, quando β_i é representada por um valor constante; Simples, quando β_i é fixada no valor 0; e Universal, quando β_i é definida por um modelo polinomial geral.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \beta_i f_i(x) \quad (2)$$

O termo de desvio $Z(x)$ gera variações locais, permitindo que o Kriging interpole entre os pontos de dados, seguindo a Eq. (3). Aqui, $R(x_i, x_j)$ representa a função de correlação ou modelo de covariância entre dois pontos no domínio de estudo, e σ^2 é a variância do processo.

$$\text{cov}[Z(x_i), Z(x_j)] = \sigma^2 R(x_i, x_j) \quad (3)$$

O modelo de covariância, também conhecido como núcleo de covariância (*kernel*), pode ser escolhido entre várias funções estatísticas de covariância e desempenha um papel crucial na construção do metamodelo. Dentre os modelos de covariância comumente empregados para a construção do metamodelo Kriging, vale citar o modelo de correlação Gaussiano expressado na Eq. (4), o modelo exponencial mostrado pela Eq. (5) e o modelo Matérn, cuja função é exibida na Eq. (6).

$$R_{gauss}(x_i, x_j) = e^{-\sum_{k=1}^m \theta |x_k^i - x_k^j|^2} \quad (4)$$

$$R_{exp}(x_i, x_j) = \exp \left(- \sum_{k=1}^m \theta \|x_{il} - x_{jl}\|^p \right) \quad (5)$$

$$R_{matérn}(x_i, x_j) = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\sqrt{2\nu} \left\| \frac{x_i - x_j}{\theta} \right\|_2 \right)^\nu K_\nu \left(\sqrt{2\nu} \left\| \frac{x_i - x_j}{\theta} \right\|_2 \right) \quad (6)$$

Nas três expressões, θ é um coeficiente de escala que define a taxa que a correlação é reduzida. Por sua vez, o fator p na Eq. (5) define o grau de suavidade na direção da coordenada, enquanto o fator ν da Eq. (6) tem uma função análoga no modelo Matérn. O fator θ representa os hiperparâmetros do metamodelo Kriging e influencia seu desempenho preditivo. Esses parâmetros devem ser ajustados para cada problema específico por meio da maximização da função de verossimilhança, utilizando os dados de alta fidelidade. Esse ajuste é distinto da otimização da superfície de resposta, que ocorre apenas após o metamodelo estar finalizado.

Essa grande flexibilidade permite ao Kriging uma modelagem com aproximações mais precisas em comparação a outros metamodelos baseados em interpolação. Sua capacidade de interpolar com precisão dados esparsos, capturando tanto tendências globais quanto variações locais, torna-o particularmente eficaz na aproximação de superfícies de resposta não lineares. Além disso, o Kriging fornece uma estimativa da incerteza associada às previsões.

Calibração do Metamodelo Kriging

O desempenho do metamodelo Kriging é influenciado especialmente por dois fatores: pelo tamanho e qualidade da amostra com simulações de alta fidelidade e pelos parâmetros que definem o comportamento do metamodelo. Inicialmente, o tamanho da amostra estudado é composto por 1000 simulações de alta fidelidade, selecionadas pela Amostragem por Hipercubos Latinos (LHS) dentro do espaço de soluções do problema de otimização. Os parâmetros que compõem o Kriging são a base de tendência e o modelo de covariância, os quais podem assumir diferentes funções matemáticas. Dentre as possibilidades, foram selecionadas quatro bases de tendência e quatro modelos de covariância diferentes, conforme os casos reunidos na Tabela 1. Os quatro primeiros casos adotam uma base de tendência constante e alternam entre os modelos de covariância avaliados, conforme os casos MC1, MC2, MC3 e MC4. Por sua vez, os casos BT1, BT2, BT3 e BT4 visam estudar as diferentes bases de tendência, empregando o modelo de covariância que apresenta o melhor desempenho entre os casos anteriores.

Tabela 1 – Casos de configurações estudados para o metamodelo Kriging

Caso	Base de Tendência	Modelo de Covariância
MC1	Constante	Matérn
MC2	Constante	Exponencial
MC3	Constante	Exponencial Generalizado
MC4	Constante	Exponencial Quadrático
BT1	Constante	Melhor desempenho dos casos anteriores
BT2	Linear	Melhor desempenho dos casos anteriores
BT3	Polinomial Quadrático	Melhor desempenho dos casos anteriores
BT4	Polinomial	Melhor desempenho dos casos anteriores

Após a construção do metamodelo, o seu desempenho precisa ser medido para avaliar a qualidade da superfície de resposta criada. Nesta pesquisa, o primeiro indicador avaliado é a relevância (ou validade) preditiva (q^2), um parâmetro amplamente utilizado como uma medida da precisão do modelo matemático construído e qualidade de predição do metamodelo, especialmente em validação cruzada. O seu valor é matematicamente definido segundo a Eq. (7), em função da soma dos quadrados dos resíduos preditivos (numerador) e a soma total dos quadrados (denominador). Nela, n representa o número de amostras, y_i é o valor observado, $\hat{y}_i$ é o valor predito pelo metamodelo e $\bar{y}$ é a média dos valores reais. Um valor de q^2 igual ou menor que 0 revelam que o metamodelo não supera ou é pior que prever pela média, enquanto valores acima de 0,5 indicam uma predição razoável e valores igual a 1 são interpretados como uma predição perfeita.

$$q^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (7)$$

Porém, como apenas uma única medida não é o suficiente para avaliar a precisão do metamodelo (Negrín; Kripka; Yepes, 2023), também são considerados parâmetros que mensuram os resíduos (erros) do modelo. Nesta pesquisa, são calculados a raiz quadrada do erro médio ($RMSE$) e o erro percentual absoluto médio ($MAPE$), calculados respectivamente conforme as expressões da Eq. (8) e Eq. (9).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (8)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad (9)$$

Problema de Otimização

O problema de otimização abordado neste estudo foi previamente investigado por Tormen (2020) e foi selecionado com o objetivo de possibilitar uma análise comparativa dos resultados, além de avaliar o desempenho tanto do algoritmo de otimização quanto do metamodelo Kriging. O problema consiste na otimização de vigas secundárias de aço que compõem o sistema de piso de uma área de armazenamento de um edifício comercial. A estrutura é formada por vigas soldadas com seção transversal em I, espaçadas a cada 2,5 metros, com vão único de 17,5 metros e apoios simples. É considerado como aço das vigas o ASTM A-572 grau 50, com resistência f_y de 350 MPa, módulo de elasticidade E_s de 200 GPa e peso específico $\gamma_{aço} = 78,5 \text{ kN/m}^3$.

A estrutura é dimensionada levando em consideração, como ações permanentes, o peso próprio dos perfis de aço, calculado individualmente para cada configuração obtida pelo processo de otimização, e o peso próprio de uma laje de concreto armado com 12 cm de espessura, 2,5 metros de largura de influência e peso próprio $\gamma_{conc} = 25 \text{ kN/m}^3$. Como ação variável, é levado em consideração uma sobrecarga de uso e ocupação de $1,5 \text{ kN/m}^2$. Para as combinações de ações são empregados os seguintes coeficientes de ponderação: $\gamma_{g,C} = 1,35$ para ações permanentes do peso do concreto, $\gamma_{g,S} = 1,25$ para ações permanentes do peso do aço, $\gamma_q = 1,5$ para ações variáveis. Para a combinação frequente de serviço, considera-se o fator $\Psi_2 = 0,4$.

As vigas de aço são representadas matematicamente por seis variáveis de projeto discretas, correspondentes às dimensões da seção transversal, conforme ilustrado na Figura 1. Os intervalos de valores para cada variável foram definidos de modo a respeitar práticas usuais de fabricação, ao mesmo tempo em que permitem uma ampla diversidade de soluções viáveis. A altura da alma pode assumir valores inteiros entre 150 mm e 2000 mm, enquanto as espessuras da alma e das mesas seguem padrões industriais de chapas de aço, variando entre 4,75 mm e 50 mm. As larguras das mesas são limitadas a valores inteiros entre 100 mm e 2000 mm.

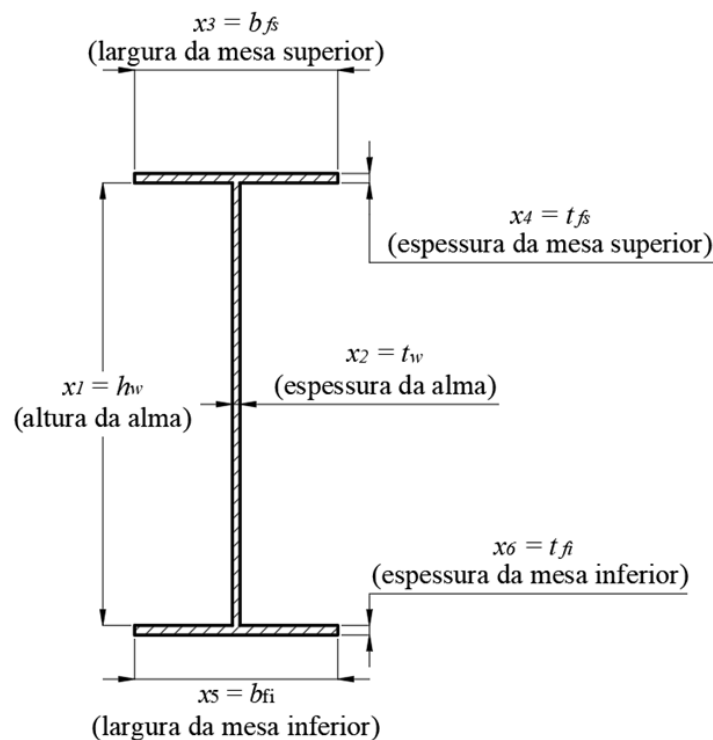


Figura 1 – Variáveis de projeto do problema de otimização.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é empregado para efetuar as análises modais da viga, com a versão acadêmica do software ANSYS Mechanical APDL. As vigas são modeladas utilizando três elementos de casca tridimensionais do tipo SHELL181 que representam a alma e as mesas superior e inferior do perfil I, conforme apresentado na Figura 2(a). O tamanho da malha empregada na discretização do modelo foi definido através de uma análise de convergência de malha, estabelecida em 0,3 m a partir de um critério de erros absolutos inferiores a 0,1 Hz no valor da frequência natural da viga. A análise modal busca determinar o valor da frequência natural da viga referente ao primeiro modo de vibração por flexão em relação ao eixo x da viga, conforme ilustra a Figura 2(b). Apesar de a frequência natural de vigas poder ser obtida por soluções analíticas, neste estudo opta-se pelo uso

de simulações de alta fidelidade via MEF com o propósito de gerar uma base de dados confiável para a construção e validação de um metamodelo do tipo Kriging. O objetivo principal é avaliar a qualidade das previsões do metamodelo em relação aos resultados numéricos, sendo a ênfase metodológica voltada à calibração e validação do modelo preditivo em problemas de engenharia estrutural e em análises dinâmicas. A utilização do MEF também garante flexibilidade, permitindo que, em etapas futuras da pesquisa, o mesmo procedimento seja aplicado a sistemas estruturais mais complexos.

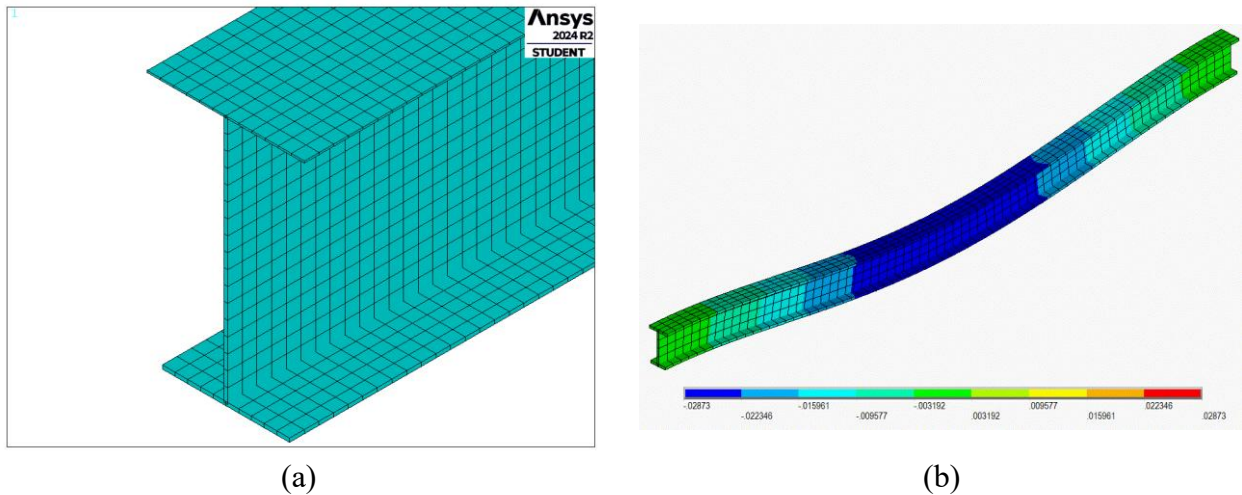


Figura 2 – Detalhe da simulação da viga pelo MEF e modo de vibração.

O primeiro objetivo da otimização é minimizar o custo monetário total da estrutura (C_T), determinado pela soma dos custos unitários (c_i) dos materiais multiplicados pelo respectivo consumo de material ($q_i(x)$), conforme expressa a Eq. (10). Seguindo a abordagem de Tormen (2020), o custo total considera tanto as vigas de aço quanto a laje de concreto com 12 cm de espessura. Para manter a comparabilidade com os resultados da referência, foram adotados os mesmos custos unitários, mesmo que desatualizados: o custo unitário do concreto (C_C) é de 365,00 R\$/m³, e o do aço (C_S) é de 6,80 R\$/kg.

$$\text{minimizar } f_1(x) = C_T(x) = \sum_{i=1} c_i \cdot q_i(x) \quad (10)$$

O segundo objetivo é maximizar a frequência natural (ω_n) da viga, estimada por meio do metamodelo Kriging para cada configuração da seção transversal. O metamodelo é construído a partir de simulações de alta fidelidade obtidas via análises modais pelo MEF. Neste estudo, a frequência natural é definida como a frequência do primeiro modo de vibração por flexão em relação ao eixo x da viga. Embora o objetivo seja maximizar ω_n , para simplificação da implementação computacional, a função objetivo foi reformulada para minimizar seu inverso, como apresentado na Eq. (11). Essa transformação gera resultados equivalentes e permite que ambos os objetivos sejam tratados como problemas de minimização.

$$\text{maximizar } f_2(x) = \omega_n \Rightarrow \text{minimizar } f_2(x) = \frac{1}{\omega_n} \quad (11)$$

As soluções obtidas pelo processo de otimização são consideradas viáveis apenas se atenderem aos critérios estruturais definidos por normas brasileiras vigentes, os quais são implementados como restrições de desigualdade no problema de otimização. Tais verificações garantem o desempenho estrutural quanto aos estados limites últimos (ELU), estados limites de serviço (ELS) e construtibilidade. Mais informações sobre a formulação e restrições do problema de otimização podem ser consultadas no trabalho de referência (Tormen et al., 2020). Soluções inviáveis são penalizadas de forma proporcional ao grau de violação das restrições.

Para resolver o problema de otimização, foi implementado um algoritmo baseado na Busca Harmônica Multiobjetivo (MOHS), proposta por Sivasubramani and Swarup (2011). Esse algoritmo se inspira no processo de improvisação musical em grupos de jazz, combinando memória de soluções com a geração de novas alternativas. Os parâmetros adotados para a implementação da MOHS foram definidos com base em testes preliminares de sensibilidade. O tamanho da memória de harmonia (*HMS*) foi fixado em 20 soluções, sendo importante destacar que o *HMS* define também o número de soluções utilizadas para a construção da fronteira de Pareto. A taxa de consideração de harmonia (*HMCR*) foi estabelecida em 0,5. A taxa de ajuste de tom variou entre um mínimo de 0,1 (*PAR_{min}*) e um máximo de 0,9 (*PAR_{max}*). A largura de banda para ajuste de tom foi definida entre 0,1 (*bw_{min}*) e 0,5 (*bw_{max}*). Por fim, o número máximo de improvisações (*MI*), correspondente ao critério de parada do algoritmo, foi estabelecido em 500.000.

Resultados e Discussão

A avaliação do desempenho do metamodelo iniciou pela avaliação dos quatro diferentes tipos de modelos de covariância estudados, conforme os resultados reunidos na Tabela 2. Deles, o único que apresentou um desempenho insatisfatório foi o exponencial quadrático (MC4) com uma relevância preditiva q^2 de 0,60, enquanto os demais casos superaram o valor de 0,95. O caso MC1, que adota o modelo de covariância Matérn, é o que se destaca entre as alternativas por apresentar o maior q^2 no valor de 0,97 e concomitantemente possuir os menores resíduos, com valores de *RMSE* e *MAPE* de 0,00062 e 5,03%.

Por isso, o modelo de covariância Matérn foi o selecionado para dar continuidade ao estudo do desempenho do Kriging, dessa vez alternando a base de tendência do metamodelo. Ainda na Tabela 2, é possível verificar que alterar a base de tendência do tipo constante para o linear, polinomial quadrático ou polinomial apresenta uma diferença insignificativa na relevância preditiva do metamodelo, não justificando o uso de funções mais complexas e custosas computacionalmente para o problema estudado. Além disso, a base de tendência constante é a que apresenta os menores resíduos *RMSE* e *MAPE*, e por isso foi selecionada para ser aplicada na otimização.

Tabela 2 – Validação do metamodelo para diferentes casos

Caso	Base de Tendência	Modelo de Covariância	q^2	<i>RMSE</i>	<i>MAPE</i> (%)
MC1	Constante	Matérn	0,97370	0,00062	5,02657
MC2	Constante	Exponencial	0,95944	0,00433	15,17362
MC3	Constante	Exponencial Generalizado	0,95944	0,00433	15,17362
MC4	Constante	Exponencial Quadrático	0,59597	0,10469	81,56257
BT1	Constante	Matérn	0,97370	0,00062	5,02657
BT2	Linear	Matérn	0,97378	0,00392	10,74150
BT3	Polinomial Quadrático	Matérn	0,97388	0,00601	8,11189
BT4	Polinomial	Matérn	0,97364	0,00636	6,13866

Os resultados da otimização, por sua vez, são apresentados pela fronteira de Pareto criada com as soluções não-dominadas, conforme a Figura 3. É possível verificar que a MOHS auxiliada pelo metamodelo Kriging é capaz de obter uma fronteira de Pareto com uma excelente distribuição e diversidade de soluções. Como o esperado, a figura mostra que o custo das soluções cresce exponencialmente com o aumento da frequência natural das vigas, causado pelo maior consumo de material das soluções mais robustas e com melhor desempenho dinâmico. Entretanto, é possível verificar que ganhos substanciais na frequência natural da viga podem ser obtidos com um acréscimo relativamente baixo em seu custo, especialmente para as alternativas na região de menores frequências naturais, podendo ser alternativas viáveis a depender dos critérios do projetista. A solução de menor custo, com valor de R\$ 1001,71 por metro, é uma alternativa muito competitiva em relação à solução ótima apresentada por Tormen (2019), sendo apenas 4,3% mais cara que o valor de referência. Uma calibração dos parâmetros internos do método pode ser capaz de melhorar ainda mais o seu desempenho, aumentando a competitividade da MOHS. Porém, esse maior custo também pode ser atribuído a possíveis diferenças na implementação do problema de otimização, devido à falta de algumas informações quanto às ações e restrições consideradas.

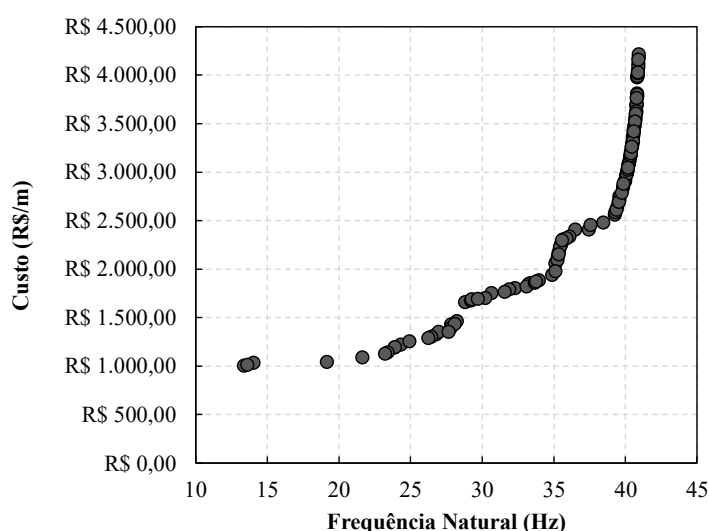


Figura 3 – Fronteira de Pareto construída pela otimização.

Outro aspecto importante avaliado sobre desempenho do metamodelo é referente ao tamanho de amostragem e desempenho computacional, medido pelo tempo de execução da otimização. Conforme os resultados reunidos na Tabela 3, é possível obter uma relevância preditiva satisfatória e superior a 90% a partir de 250 simulações de alta fidelidade. Entretanto, a alternativa que com uma amostra de 1000 simulações pelo MEF se destaca pelo seu baixo valor de resíduos, consideravelmente inferior aos demais casos. Isso é verdadeiro inclusive para a alternativa com mais amostras, que embora aumente a relevância preditiva para mais de 98%, apresenta um *RMSE* maior. Outra desvantagem de usar uma amostra maior é o incremento no tempo necessário para a otimização, que chega aos 250 minutos. Além da alta capacidade preditiva do metamodelo Kriging, sua principal vantagem é percebida na expressiva redução no tempo de otimização sendo superior a 97% no cenário com o maior número de amostras, em comparação a realizar simulações numéricas a cada iteração do algoritmo de otimização.

Tabela 3 – Desempenho do metamodelo com diferentes tamanhos de amostras

Simulações de Alta Fidelidade	q^2 (%)	$RMSE$	Tempo de Execução (min)	Redução de Tempo (%)*
100	86,77%	0,04659	12	99,88%
250	93,12%	0,04349	29	99,70%
500	95,95%	0,01187	57	99,39%
1000	97,37%	0,00062	114	98,79%
2000	98,41%	0,01310	250	97,34%
500.000	-	-	9382**	-

* Em relação ao tempo de execução da otimização sem o auxílio por metamodelo

** Tempo de execução estimado a partir de uma extrapolação feita com base em médias do tempo necessário para efetuar as simulações de alta fidelidade pelo MEF.

Nesse sentido, é possível afirmar que o metamodelo Kriging é uma excelente ferramenta para auxiliar no processo de otimização, proporcionando reduções expressivas no tempo de execução com um custo muito baixo e aceitável na precisão das aproximações às simulações de alta fidelidade. Não obstante, a calibração adequada dos parâmetros do metamodelo é imprescindível para o seu desempenho satisfatório, visto a grande variação no comportamento do Kriging para cada caso estudado. Ao mesmo tempo, isso demonstra a versatilidade do metamodelo, visto que ele pode ser adaptado para diferentes tipos de problemas.

Esses resultados comprovam o poderoso potencial dos metamodelos como um auxílio para a otimização estrutural, viabilizando o estudo de problemas mais complexos e que exigem análises de maior precisão e que são mais custosas em termos computacionais. Além disso, é importante destacar que essa redução no tempo de execução da otimização pode ser mandatória para propiciar uma difusão das técnicas de otimização e facilitar sua aplicação em projetos reais.

Conclusões

Este trabalho apresenta a calibração do metamodelo Kriging para auxiliar na otimização de um problema otimização multiobjetivo de vigas de aço, minimizando seu custo e maximizando a sua frequência natural, ou seja, seu desempenho dinâmico. Dentre os diferentes casos estudados, a calibração selecionada com a de melhor desempenho foi a que emprega uma base de tendência constante e um modelo de covariância Matérn, utilizando 1000 amostras de simulações de alta fidelidade. A aproximação matemática apresenta uma relevância preditiva q^2 igual a 0,97, o que representa um altíssimo poder de realizar predições. Além disso, os resíduos do modelo são baixos, com um $RMSE$ de 0,00062 e um $MAPE$ de 5,03%, o que reflete em uma alta precisão das predições realizadas pela superfície de resposta.

Com o auxílio o metamodelo, a otimização apresentou uma redução de 98,79% em seu tempo de execução, enquanto mantém uma precisão de 97,37%. Esse resultado mostra que a aplicação de metamodelos pode ser importante ou até mandatória para viabilizar o uso das técnicas de otimização em problemas estruturais reais e de maior complexidade. Isso é relevante, pois, ao reduzir consideravelmente o tempo necessário para sua execução, é possível aumentar a atratividade desses métodos para engenheiros e projetistas, visando causar impactos positivos reais e promover o desenvolvimento sustentável.

Como resultado da otimização, foi possível construir uma fronteira de Pareto com uma diversidade de soluções não-dominadas bastante satisfatória. O custo cresce de forma exponencial com o aumento da frequência natural, o que significa que é possível obter acréscimos consideráveis na rigidez das vigas para frequências naturais mais baixas. Além disso, a solução de menor custo é uma alternativa



muito competitiva em comparação a resultados de referência, sendo apenas 4,3% mais cara que a solução ótima de um estudo de otimização mono-objetivo para o mesmo problema.

Referências

- AMARAL, J. V. S. et al. Metamodel-based simulation optimization: A systematic literature review. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 114, p. 102403, 2022.
- FILOMENO-COELHO, R. Metamodels for mixed variables based on moving least squares. *Optimization and Engineering*, Vol. 15, No. 2, p. 311–329, 2014.
- LAGAROS, N. D. The environmental and economic impact of structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 58, No. 4, p. 1751–1768, 2018.
- MEI, L.; WANG, Q. Structural Optimization in Civil Engineering: A Literature Review. *Buildings*, Vol. 11, No. 2, p. 66, 2021.
- NEGRÍN, I.; KRIPKA, M.; YEPES, V. Metamodel-assisted design optimization in the field of structural engineering: A literature review. *Structures*, Vol. 52, p. 609–631, 2023.
- NI, P. et al. Reliability based design optimization of bridges considering bridge-vehicle interaction by Kriging surrogate model. *Engineering Structures*, Vol. 246, p. 112989, 2021.
- PENADES-PLÀ, V.; YEPES, V.; GARCÍA-SEGURA, T. Robust decision-making design for sustainable pedestrian concrete bridges. *Engineering Structures*, Vol. 209, p. 109968, 2020.
- SIVASUBRAMANI, S.; SWARUP, K. S. Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 33, No. 3, p. 745–752, 2011.
- TORMEN, A. F. et al. Optimization of steel-concrete composite beams considering cost and environmental impact. *Steel and Composite Structures*, Vol. 34, No. 3, p. 409–421, 2020.
- YEPES-BELLVER, L. et al. CO₂-Optimization of Post-Tensioned Concrete Slab-Bridge Decks Using Surrogate Modeling. *Materials*, Vol. 15, No. 14, p. 4776, 2022.
- ZAHEER, Q.; YONGGANG, T.; QAMAR, F. Literature review of bridge structure's optimization and it's development over time. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, Vol. 13, p. 5, 2022.